

Técnicas de calibrado y despliegado de programas lógicos difusos integrados

Tesis doctoral en tecnologías informáticas avanzadas

José Antonio Ríaza Valverde

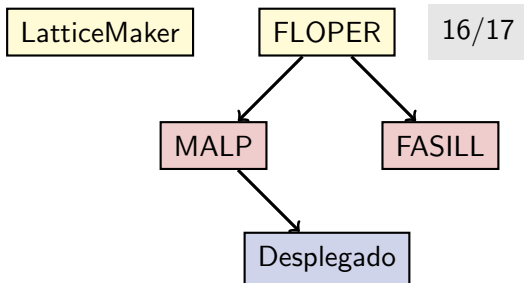
Albacete, 7 de noviembre de 2022

Directores: **Ginés Moreno Valverde**
Pascual Julián Iranzo



Universidad de Castilla-La Mancha

Introducción

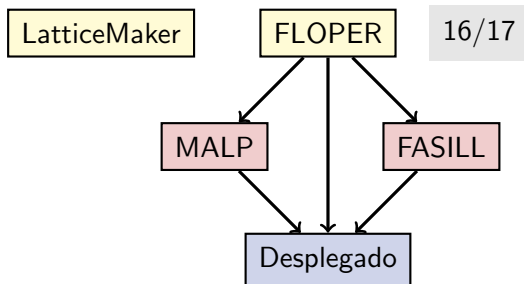


👤 Grupo **DEC-TAU** (proyectos **MERINET** y **SAFER**)

🧪 **Contrato predoctoral** UCLM (**18/19** - **21/22**)

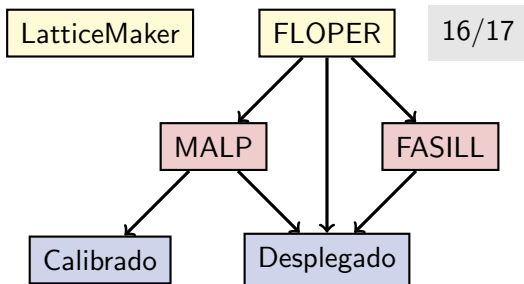
👁️ **Desplegado** y **calibrado** de programas **FASILL**

Introducción



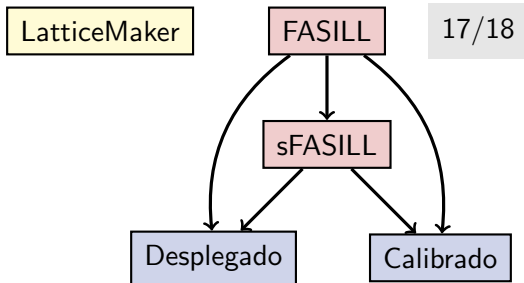
 SUM 2017 – On Similarity-Based Unfolding
Ginés Moreno, Jaime Penabad, José A. Ríaza

Introducción



-  LOPSTR 2016 – Symbolic Execution and Thresholding for Efficiently Tuning Fuzzy Logic Programs
Ginés Moreno, Jaime Penabad, José A. Ríaza, Germán Vidal

Introducción



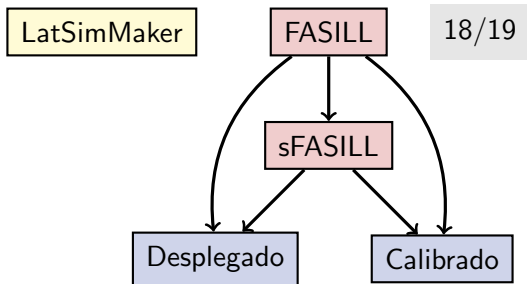
- 📖 RuleML+RR 2017 – An Online Tool for Tuning Fuzzy Logic Programs

Ginés Moreno, José A. Ríaza

- 📖 SSCI 2017 – Testing properties of fuzzy connectives and truth degrees with the LatticeMaker tool

Juan A. Guerrero, Felix Mendieta, Ginés Moreno, Jaime Penabad, José A. Ríaza

Introducción



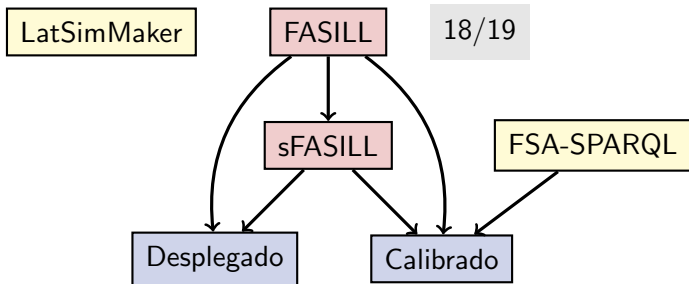
- SSCI 2018 – Smart Design of Similarity Relations for Fuzzy Logic Programming Environments

Juan A. Guerrero, Ginés Moreno, José A. Ríaza, Javier Sanchez

- RuleML+RR 2019 – Fuzzy Logic Programming for Tuning Neural Networks

Ginés Moreno, Jesús Pérez, José A. Ríaza

Introducción



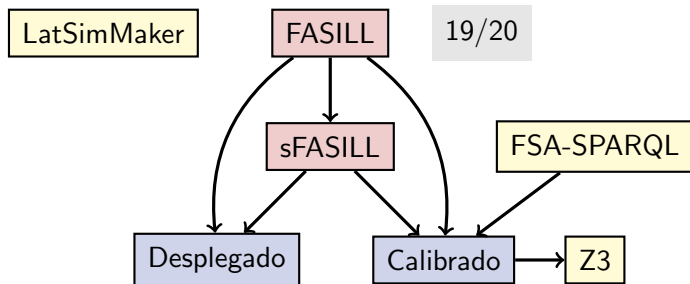
-  FUZZ-IEEE 2019 – Tuning Fuzzy SPARQL Queries in a Fuzzy Logic Programming Environment

Jesús M. Almendros-Jiménez, Antonio Becerra-Terón, Ginés Moreno, José A. Ríaza

-  IWANN 2019 – An Online Tool for Unfolding Symbolic Fuzzy Logic Programs

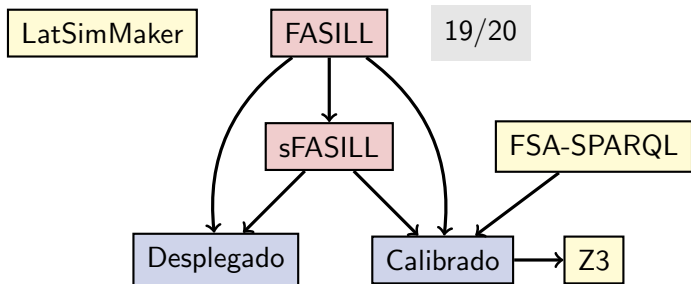
Ginés Moreno, José A. Ríaza

Introducción



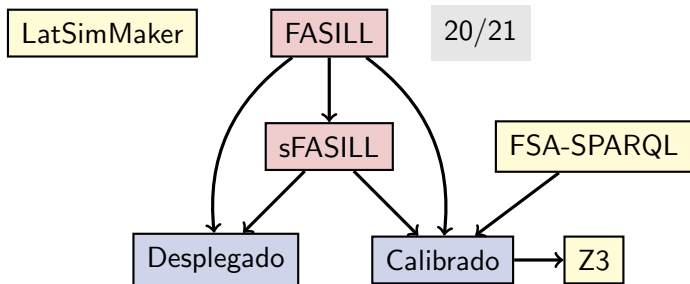
-  **FUZZ-IEEE 2020** – Using SAT/SMT Solvers for Efficiently Tuning Fuzzy Logic Programs
José A. Riaza, Ginés Moreno
-  **RuleML+RR 2020** – Symbolic Similarity Relations for Tuning Fully Integrated Fuzzy Logic Programs
Ginés Moreno, José A. Riaza

Introducción



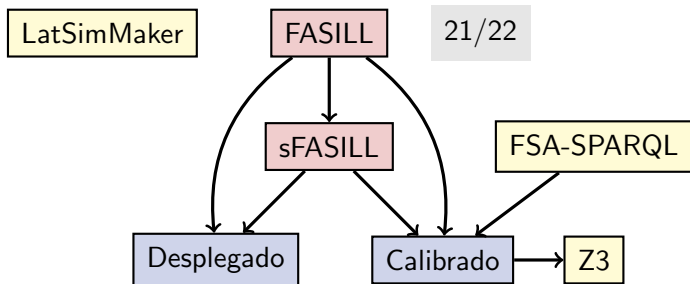
 **Int. J. Approximate Reasoning – The Fuzzy Logic**
Programming language FASILL: Design and implementation
Pascual Julián Iranzo, Ginés Moreno, José A. Ríaza

Introducción



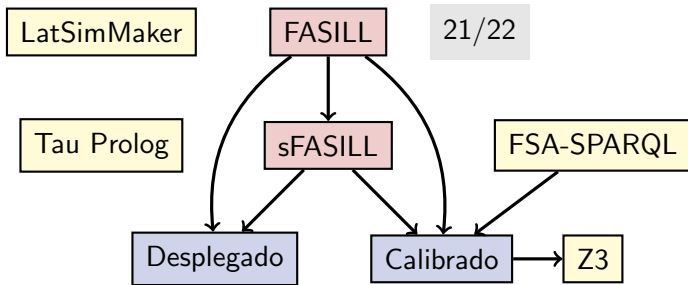
-  IWANN 2021 – A Safe and Effective Tuning Technique for Similarity-Based Fuzzy Logic Programs
Ginés Moreno, José A. Riaza
-  FUZZ-IEEE 2021 – Flexible Aggregation in FSA-SPARQL
Jesús M. Almendros-Jiménez, Antonio Becerra-Terón, Ginés Moreno, José A. Riaza

Introducción



- Int. J. Approximate Reasoning – Seeking a Safe and Efficient Similarity-based Unfolding Rule
Pascual Julián Iranzo, Ginés Moreno, José A. Ríaza
- Fuzzy Sets and Systems – Some Properties of Substitutions in the Framework of Similarity Relations (2^a rev.)
Pascual Julián Iranzo, Ginés Moreno, José A. Ríaza

Introducción



- Applied Intelligence – Tuning Fuzzy Sets and FSA-SPARQL queries for the Flexible Retrieval of Social Networks Data
Jesús M. Almendros-Jiménez, Antonio Becerra-Terón, Ginés Moreno, José A. Ríaza
- Theory and Practice of Logic Programming – Tau Prolog: A Prolog interpreter for the Web (3^a rev.)
José A. Ríaza

Índice

Fundamentos

El lenguaje FASILL

La extensión simbólica sFASILL

Calibrado de programas lógicos difusos

Despliegado de programas lógicos difusos

Conclusiones y trabajo futuro

Índice

Fundamentos

El lenguaje FASILL

La extensión simbólica sFASILL

Calibrado de programas lógicos difusos

Despliegado de programas lógicos difusos

Conclusiones y trabajo futuro

Programación lógica difusa

Programación lógica difusa



Programación lógica



Lógica difusa

Programación lógica

- Programa $\Rightarrow$ Conjunto de cláusulas definidas

$$\Pi = \begin{cases} C_1 : \text{nat}(0) \\ C_2 : \text{nat}(s(x)) \leftarrow \text{nat}(x) \end{cases}$$

- Objetivo $\Rightarrow$ Consecuencia lógica ($\Pi \models \mathcal{G}$)

$\leftarrow \text{nat}(x)$

$\{x \mapsto 0\}, \{x \mapsto s(0)\}, \{x \mapsto s(s(0))\}, \{x \mapsto s(s(s(0)))\}, \dots$

- Mecanismo $\Rightarrow$ Resolución (SLD) + Unificación (sintáctica)

$\leftarrow \text{nat}(s(0))$

$\langle \text{nat}(s(0)), id \rangle \Rightarrow_{SLD}^{C_2} \langle \text{nat}(0), \{x_0 \mapsto 0\} \rangle \Rightarrow_{SLD}^{C_1} \langle \square, \{x_0 \mapsto 0\} \rangle$

Lógica difusa

Conjuntos difusos

- Conjunto clásico $\Rightarrow$

$$\chi_A : \mathcal{U} \rightarrow \{0, 1\}, \quad A = \{x : \chi_A(x) = 1\}$$

$$\chi_{nat} : \mathcal{U}_{\mathbb{N}} \rightarrow \{0, 1\}$$

$$nat = \{0, s(0), s(s(0)), s(s(s(0))), \dots\}$$

- Conjunto difuso $\Rightarrow$

$$\mu_A : \mathcal{U} \rightarrow [0, 1], \quad A = \{\mu_A(x)/x : \mu_A(x) > 0\}$$

$$\mu_{small} : \mathcal{U}_{\mathbb{N}} \rightarrow [0, 1]$$

$$small = \{1/0, 0.9/s(0), 0.81/s(s(0)), \dots\}$$

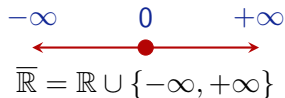
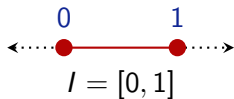
Lógica difusa

Retículos completos

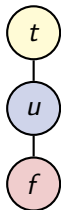


Definición

Un **retículo completo** es un conjunto ordenado $(L, \leq)$ tal que todo subconjunto $S \subseteq L$ tiene ínfimo y supremo. En particular, existen el ínfimo y el supremo de L ($\perp$ y $\top$).



$$\mathcal{B} = \{0, 1\}$$



$$\mathcal{L}_3 = \{f, u, t\}$$

Lógica difusa

Retículos completos



Definición

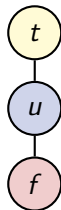
Un **retículo completo** es un conjunto ordenado $(L, \leq)$ tal que todo subconjunto $S \subseteq L$ tiene ínfimo y supremo. En particular, existen el ínfimo y el supremo de L ($\perp$ y $\top$).

- Conjunto difuso $\Rightarrow$

$$\mu_A : \mathcal{U} \rightarrow L, \quad A = \{\mu_A(x)/x : \mu_A(x) > \perp\}$$

$$\mu_{nat'} : \mathcal{U}_{\Pi} \rightarrow \mathbb{L}_3$$

$$nat' = \{u/0, t/s(0), t/s(s(0)), \dots\}$$



$$\mathbb{L}_3 = \{f, u, t\}$$

Lógica difusa

Conectivas difusas

- Conectiva clásica $\Rightarrow F : \{0, 1\}^n \rightarrow \{0, 1\}$

x	y	$\neg x$	$x \wedge y$	$x \vee y$	$x \rightarrow y$	$x \leftrightarrow y$
0	0	1	0	0	1	1
0	1	0	0	1	1	0
1	0	1	0	1	0	0
1	1	0	1	1	1	1

- Conectiva difusa $\Rightarrow F : L^n \rightarrow L$

$$\begin{aligned} \wedge : [0, 1] \times [0, 1] &\rightarrow [0, 1] \\ (x, y) &\mapsto \min\{x, y\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \vee : [0, 1] \times [0, 1] &\rightarrow [0, 1] \\ (x, y) &\mapsto \max\{x, y\} \end{aligned}$$

- conjuncción difusa $\Rightarrow$ normas triangulares
- disyunción difusa $\Rightarrow$ conormas triangulares

Lógica difusa

Conectivas difusas

- **T-norma** $\Rightarrow \& : L \times L \rightarrow L$
 - asociativa
 - conmutativa
 - monótona creciente
 - identidad ($x \& \top = x$)
- **T-conorma** $\Rightarrow | : L \times L \rightarrow L$
 - asociativa
 - conmutativa
 - monótona creciente
 - identidad ($x | \perp = x$)
- **Agregador** $\Rightarrow @ : L^n \rightarrow L$
 - monótona creciente
 - frontera ($@(\top, \dots, \top) = \top$)
 - frontera ($@(\perp, \dots, \perp) = \perp$)

$$\&_{prod}(x, y) = xy$$

$$\&_{godel}(x, y) = \min\{x, y\}$$

$$\&_{luka}(x, y) = \max\{0, x + y - 1\}$$

$$|_{prod}(x, y) = x + y - xy$$

$$|_{godel}(x, y) = \max\{x, y\}$$

$$|_{luka}(x, y) = \min\{1, x + y\}$$

$$@_{very}(x) = x^2$$

$$@_{aver}(x, y) = (x + y)/2$$

$$@_{geom}(x, y) = \sqrt{xy}$$

Lógica difusa

Relaciones de similitud

- Relación de similitud $\Rightarrow \mathcal{R} : \mathcal{U} \times \mathcal{U} \rightarrow L$
 - reflexiva ($\mathcal{R}(x, x) = \top$)
 - simétrica ($\mathcal{R}(x, y) = \mathcal{R}(y, x)$)
 - $\wedge$ -transitiva ($\mathcal{R}(x, y) \wedge \mathcal{R}(y, z) \leq \mathcal{R}(x, z)$)

$\mathcal{U} = \{ritz, atlantis, metro, taxi, bus\}$

$\mathcal{R} = \{1/(ritz, ritz), 0.5/(metro, bus), 0.6/(ritz, atlantis), \dots\}$

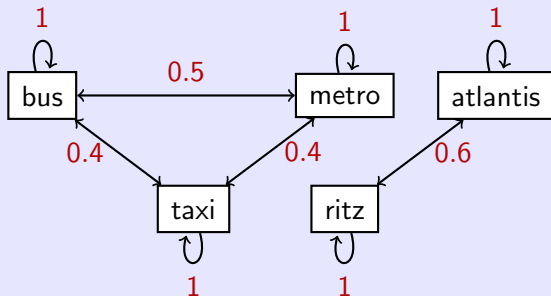
$\wedge = \&_{godel}$

$\mathcal{R}$	ritz	atlantis	metro	taxi	bus
ritz	1	0.6	0	0	0
atlantis	0.6	1	0	0	0
metro	0	0	1	0.4	0.5
taxi	0	0	0.4	1	0.4
bus	0	0	0.5	0.4	1

Lógica difusa

Relaciones de similitud

- Relación de similitud $\Rightarrow \mathcal{R} : \mathcal{U} \times \mathcal{U} \rightarrow L$
 - reflexiva ($\mathcal{R}(x, x) = \top$)
 - simétrica ($\mathcal{R}(x, y) = \mathcal{R}(y, x)$)
 - $\wedge$ -transitiva ($\mathcal{R}(x, y) \wedge \mathcal{R}(y, z) \leq \mathcal{R}(x, z)$)



Programación lógica difusa

Aproximaciones

- (1) **Unificación** $\Rightarrow$ reemplazar unificación sintáctica por algoritmo de unificación difuso

SiLog, Likelog, **Bousi~Prolog**

- (2) **Resolución** $\Rightarrow$ extender algoritmo de resolución SLD para propagar grados de verdad anotados en las reglas

Fril, f-Prolog, **MALP**

$$\boxed{\text{FASILL}} = \boxed{\text{Bousi~Prolog}} + \boxed{\text{MALP}}$$

Programación lógica difusa

Unificación débil

- Unificación sintáctica $\Rightarrow t\theta = t'\theta$

$$mgu(close(x, taxi), close(ritz, y)) = \{x \mapsto ritz, y \mapsto taxi\}$$

$$mgu(close(x, x), close(ritz, atlantis)) = fallo$$

- Unificación débil $\Rightarrow t\theta \simeq_{\mathcal{R}} t'\theta$

$$wmgu_{\mathcal{R}}(close(x, taxi), close(ritz, y)) = \langle \{x \mapsto ritz, y \mapsto taxi\}, 1 \rangle$$

$$wmgu_{\mathcal{R}}(close(x, x), close(ritz, atlantis)) = \langle \{x \mapsto ritz\}, 0.6 \rangle$$

Programación lógica difusa

Unificador débil más general (w.m.g.u.)

- Estado $\Rightarrow \langle \{t_1 = s_1, t_2 = s_2, \dots, t_n = s_n\}, \theta, v \rangle$

$\Rightarrow_{wmg u}$

$$\frac{\langle \{f(t_1, \dots, t_n) = g(s_1, \dots, s_n)\} \cup S, \theta, v \rangle, \mathcal{R}(f, g) > \perp}{\langle \{t_1 = s_1, \dots, t_n = s_n\} \cup S, \theta, \mathcal{R}(f, g) \wedge v \rangle} \quad (1)$$

$$\frac{\langle \{x = x\} \cup S, \theta, v \rangle}{\langle S, \theta, v \rangle} \quad (2) \quad \frac{\langle \{x = t\} \cup S, \theta, v \rangle, x \notin \text{vars}(t)}{\langle S\{x \mapsto t\}, \theta\{x \mapsto t\}, v \rangle} \quad (3)$$

$$\frac{\langle \{t = x\} \cup S, \theta, v \rangle}{\langle \{x = t\} \cup S, \theta, v \rangle} \quad (4) \quad \frac{\langle \{x = t\} \cup S, \theta, v \rangle, x \in \text{vars}(t)}{\langle \text{fallo}, \theta, v \rangle} \quad (5)$$

$$\frac{\langle \{f(t_1, \dots, t_n) = g(s_1, \dots, s_n)\} \cup S, \theta, v \rangle, \mathcal{R}(f, g) = \perp}{\langle \text{fallo}, \theta, v \rangle} \quad (6)$$

Índice

Fundamentos

El lenguaje FASILL

La extensión simbólica sFASILL

Calibrado de programas lógicos difusos

Despliegado de programas lógicos difusos

Conclusiones y trabajo futuro

Sintaxis

Lenguaje formal

- **Alfabeto** $\Rightarrow$ Lenguaje de primer orden $\mathcal{L}$ sobre Σ
 - símbolos de **variable**, **función** y **predicado**
 - símbolos de **conectivas** Σ_L^C
 - ▶ **t-normas** ($\&$)
 - ▶ **t-conormas** ($\mid$)
 - ▶ **agregadores** ($\@$)
 - símbolo de **implicación** ($\leftarrow$)
 - símbolos de **literales** Σ_L^T interpretados en $(L, \leq)$
- **Términos** $\Rightarrow$ Símbolos de **variable** + símbolos de **función**
- **Átomos** $\Rightarrow$ **Términos** + símbolos de **predicado**
- **Fórmulas bien formadas**
 - (1) literales de Σ_L^T
 - (2) átomos
 - (3) $\zeta^n \in \Sigma_L^C, A_1, \dots, A_n$ fbf $\Rightarrow \zeta^n(A_1, \dots, A_n)$

Sintaxis

Reglas y programas



Definición

Una **regla FASILL** es una **fórmula bien formada** de la forma $A \leftarrow B$, donde A (la cabeza) es un **átomo** y B (el cuerpo) es una **fórmula bien formada** que no contiene $\leftarrow$.



Definición

Un **programa FASILL** $\mathcal{P}$ es una tupla $\langle \Pi, \mathcal{R}, L \rangle$, donde:

- Π es un **conjunto de reglas** (construidas sobre un **alfabeto** Σ)
- $\mathcal{R}$ es una **relación de similitud** (construida sobre los símbolos de **función** y **predicado** de Σ)
- L es un **retículo completo**

Sintaxis

Ejemplo

 Ejemplo

$$\Pi = \left\{ \begin{array}{l} R_1 : \text{cheap}(\text{taxi}) \leftarrow 0.8 \\ R_2 : \text{close}(\text{hydropolis}, \text{taxi}) \leftarrow 0.7 \\ R_3 : \text{close}(\text{ritz}, \text{metro}) \leftarrow 0.9 \\ R_4 : \text{good_hotel}(x) \leftarrow @_{\text{aver}}(@_{\text{very}}(\text{close}(x, y)), \text{cheap}(y)) \end{array} \right.$$

$$S = \left\{ \begin{array}{l} \text{metro} \sim \text{bus} = 0.5 \\ \text{bus} \sim \text{taxi} = 0.4 \\ \text{atlantis} \sim \text{ritz} = 0.6 \\ \wedge = \&_{\text{godel}} \end{array} \right.$$

Semántica operacional

Respuestas computadas difusas (f.c.a.)

$$\Pi = \begin{cases} R_1 : \text{cheap}(\text{taxi}) \leftarrow 0.8 \\ R_2 : \text{close}(\text{hydropolis}, \text{taxi}) \leftarrow 0.7 \\ R_3 : \text{close}(\text{ritz}, \text{metro}) \leftarrow 0.9 \\ R_4 : \text{good_hotel}(x) \leftarrow @_{\text{aver}}(@_{\text{very}}(\text{close}(x, y)), \text{cheap}(y)) \end{cases}$$

$$\mathcal{S} = \begin{cases} \text{metro} \sim \text{bus} = 0.5 \\ \text{bus} \sim \text{taxi} = 0.4 \\ \text{atlantis} \sim \text{ritz} = 0.6 \\ \wedge = \&_{\text{godel}} \end{cases}$$

$\leftarrow \text{good_hotel}(x)$

$\langle 0.645, \{x \mapsto \text{hydropolis}\} \rangle$

$\langle 0.605, \{x \mapsto \text{ritz}\} \rangle$

$\leftarrow \text{good_hotel}(\text{atlantis})$

$\langle 0.38, \text{id} \rangle$

Semántica operacional

Paso de computación

(1) Paso de éxito ($\rightsquigarrow_{SS}$)

$$\frac{\langle \mathcal{G}[A], \theta \rangle, (H \leftarrow B) \in \Pi, \text{wmgu}_{\mathcal{R}}(A, H) = \langle \sigma, r \rangle, r > \perp}{\langle \mathcal{G}[A/(r \wedge B)]\sigma, \theta\sigma \rangle} \text{ (SS)}$$

(2) Paso de fallo ($\rightsquigarrow_{FS}$)

$$\frac{\langle \mathcal{G}[A], \theta \rangle, \nexists (H \leftarrow B) \in \Pi : \text{wmgu}_{\mathcal{R}}(A, H) = \langle \sigma, r \rangle, r > \perp}{\langle \mathcal{G}[A/\perp], \theta \rangle} \text{ (FS)}$$

(3) Paso interpretativo ($\rightsquigarrow_{IS}$)

$$\frac{\langle \mathcal{G}[\zeta(r_1, \dots, r_n)], \theta \rangle, \vartheta_L(\zeta(r_1, \dots, r_n)) = r_{n+1}}{\langle \mathcal{G}[\zeta(r_1, \dots, r_n)/r_{n+1}], \theta \rangle} \text{ (IS)}$$

Semántica operacional

Derivación

$$\Pi = \begin{cases} R_1 : \text{cheap}(\text{taxi}) \leftarrow 0.8 \\ R_2 : \text{close}(\text{hydropolis}, \text{taxi}) \leftarrow 0.7 \\ R_3 : \text{close}(\text{ritz}, \text{metro}) \leftarrow 0.9 \\ R_4 : \text{good_hotel}(x) \leftarrow @_{\text{aver}}(@_{\text{very}}(\text{close}(x, y)), \text{cheap}(y)) \end{cases}$$

$$S = \begin{cases} \text{metro} \sim \text{bus} = 0.5 \\ \text{bus} \sim \text{taxi} = 0.4 \\ \text{atlantis} \sim \text{ritz} = 0.6 \\ \wedge = \&_{\text{godel}} \end{cases}$$

$$\leftarrow \text{good_hotel}(x)$$

$$\begin{aligned} &\langle \underline{\text{good_hotel}(x)}, \text{id} \rangle && \rightsquigarrow_{SS}^{R_4} \\ &\langle @_{\text{aver}}(@_{\text{very}}(\underline{\text{close}(x_1, y_1)}), \text{cheap}(y_1)), \{x \mapsto x_1\} \rangle && \rightsquigarrow_{SS}^{R_2} \\ &\langle @_{\text{aver}}(@_{\text{very}}(0.7), \underline{\text{cheap}(\text{taxi})}), \{x \mapsto \text{hydropolis}, y_1 \mapsto \text{taxi}\} \rangle && \rightsquigarrow_{SS}^{R_1} \\ &\langle @_{\text{aver}}(@_{\text{very}}(0.7), 0.8), \{x \mapsto \text{hydropolis}, y_1 \mapsto \text{taxi}\} \rangle && \rightsquigarrow_{IS}^* \\ &\langle 0.645, \{x \mapsto \text{hydropolis}, y_1 \mapsto \text{taxi}\} \rangle \end{aligned}$$

$$\langle 0.645, \{x \mapsto \text{hydropolis}\} \rangle$$

Semántica operacional

Derivación

$$\Pi = \begin{cases} R_1 : \text{cheap}(\text{taxi}) \leftarrow 0.8 \\ R_2 : \text{close}(\text{hydropolis}, \text{taxi}) \leftarrow 0.7 \\ R_3 : \text{close}(\text{ritz}, \text{metro}) \leftarrow 0.9 \\ R_4 : \text{good_hotel}(x) \leftarrow @_{\text{aver}}(@_{\text{very}}(\text{close}(x, y)), \text{cheap}(y)) \end{cases}$$

$$S = \begin{cases} \text{metro} \sim \text{bus} = 0.5 \\ \text{bus} \sim \text{taxi} = 0.4 \\ \text{atlantis} \sim \text{ritz} = 0.6 \\ \wedge = \&_{\text{godel}} \end{cases}$$

$$\leftarrow \text{good_hotel}(x)$$

$$\begin{aligned} &\langle \underline{\text{good_hotel}(x)}, \text{id} \rangle && \rightsquigarrow_{SS}^{R_4} \\ &\langle @_{\text{aver}}(@_{\text{very}}(\underline{\text{close}(x_1, y_1)}), \text{cheap}(y_1)), \{x \mapsto x_1\} \rangle && \rightsquigarrow_{SS}^{R_3} \\ &\langle @_{\text{aver}}(@_{\text{very}}(0.9), \underline{\text{cheap}(\text{metro})}), \{x \mapsto \text{ritz}, y_1 \mapsto \text{metro}\} \rangle && \rightsquigarrow_{SS}^{R_1} \\ &\langle @_{\text{aver}}(@_{\text{very}}(0.9), \&_{\text{godel}}(0.4, 0.8)), \{x \mapsto \text{ritz}, y_1 \mapsto \text{metro}\} \rangle && \rightsquigarrow_{IS}^* \\ &\langle 0.605, \{x \mapsto \text{ritz}, y_1 \mapsto \text{metro}\} \rangle \end{aligned}$$

$$\langle 0.605, \{x \mapsto \text{ritz}\} \rangle$$

Semántica operacional

Regla de computación difusa

$$\Pi = \begin{cases} R_1 : \text{cheap}(\text{taxi}) \leftarrow 0.8 \\ R_2 : \text{close}(\text{hydropolis}, \text{taxi}) \leftarrow 0.7 \\ R_3 : \text{close}(\text{ritz}, \text{metro}) \leftarrow 0.9 \\ R_4 : \text{good_hotel}(x) \leftarrow @_{\text{aver}}(@_{\text{very}}(\text{close}(x, y)), \text{cheap}(y)) \end{cases}$$

$$S = \begin{cases} \text{metro} \sim \text{bus} = 0.5 \\ \text{bus} \sim \text{taxi} = 0.4 \\ \text{atlantis} \sim \text{ritz} = 0.6 \\ \wedge = \&_{\text{godel}} \end{cases}$$

$$\leftarrow \text{good_hotel}(x)$$

$$\begin{aligned} & \langle \underline{\text{good_hotel}(x)}, \text{id} \rangle && \rightsquigarrow_{SS}^{R_4} \\ & \langle @_{\text{aver}}(@_{\text{very}}(\text{close}(x_1, y_1)), \underline{\text{cheap}(y_1)}), \{x \mapsto x_1\} \rangle && \rightsquigarrow_{SS}^{R_1} \\ & \langle @_{\text{aver}}(@_{\text{very}}(\text{close}(x_1, \text{taxi})), 0.8), \{x \mapsto x_1, y_1 \mapsto \text{taxi}\} \rangle && \rightsquigarrow_{SS}^{R_3} \\ & \langle @_{\text{aver}}(@_{\text{very}}(\&_{\text{godel}}(0.4, 0.9)), 0.8), \{x \mapsto \text{ritz}, y_1 \mapsto \text{taxi}\} \rangle && \rightsquigarrow_{IS}^* \\ & \langle 0.48, \{x \mapsto \text{ritz}, y_1 \mapsto \text{taxi}\} \rangle \end{aligned}$$

$$\langle 0.48, \{x \mapsto \text{ritz}\} \rangle$$

Semántica operacional

Independencia de la regla de computación difusa con respecto a los pasos $\rightsquigarrow_{IS}$



Teorema

Sea $\mathcal{P} = \langle \Pi, \mathcal{R}, L \rangle$ un programa FASILL y $\mathcal{G}_0[A]$ un objetivo, donde A es una L -expresión. Entonces:

$$\langle \mathcal{G}_0, \theta_0 \rangle \rightsquigarrow^n \langle \mathcal{G}_1[A], \theta_1 \rangle \rightsquigarrow_{IS} \langle \mathcal{G}_2, \theta_1 \rangle$$

si y solo si

$$\langle \mathcal{G}_0[A], \theta_0 \rangle \rightsquigarrow_{IS} \langle \mathcal{G}'_1, \theta_0 \rangle \rightsquigarrow^n \langle \mathcal{G}'_2, \theta'_1 \rangle$$

donde $\mathcal{G}_2 = \mathcal{G}'_2$ y $\theta_1 = \theta'_1$.

Demostración. (Página 45)

Aplicación web

Programa

Program

```
1 cheap(taxi) <- 0.8.  
2 close(hydropolis, taxi) <- 0.7.  
3 close(ritz, metro) <- 0.9.  
4 good_hotel(X) <- @aver(@very(close(X, Y)), cheap(Y)).
```

[Linearize program](#)[Extend program](#)[Unfold program](#)

● Lattice

```
1 % Elements  
2 member(X) :- number(X), 0 <= X, X <= 1.  
3 members([0.0,0.1,0.2,0.3,0.4,0.5,0.6,0.7,0.8,0.9,1.0]).  
4  
5 % Distance  
6 distance(X,Y,Z) :- Z is abs(Y-X).
```

[bool](#)[unit](#)[real](#)

≡ Similarity Relation

```
1 atlantis ~ ritz = 0.6.  
2 metro ~ bus = 0.5.  
3 bus ~ taxi = 0.4.  
4 ~tnorm = godel.
```

Depth limit

Cut value

[Running](#)[Tuning](#)

Goal

[Run goal](#)

Aplicación web

Ejecución

Fuzzy Computed Answers

```
1 <0.645, {X/hydropolis}>
2 <0.605, {X/ritz}>
3 execution time: 2 milliseconds
```

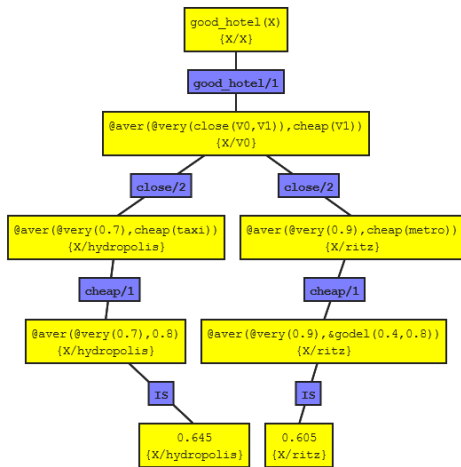
Derivation tree

```
1 GOAL <good_hotel(X), {X/X}>
2   good_hotel/1 <@aver(@very(close(V0,V1)),cheap(V1)), {X/V0}>
3     close/2 <@aver(@very(0.7),cheap(taxi)), {X/hydropolis}>
4       cheap/1 <@aver(@very(0.7),0.8), {X/hydropolis}>
5         IS <0.645, {X/hydropolis}>
6     close/2 <@aver(@very(0.9),cheap(metro)), {X/ritz}>
7       cheap/1 <@aver(@very(0.9),&godel(0.4,0.8)), {X/ritz}>
8         IS <0.605, {X/ritz}>
```

Draw derivation tree

Aplicación web

Árboles de derivación



Índice

Fundamentos

El lenguaje FASILL

La extensión simbólica sFASILL

Calibrado de programas lógicos difusos

Despliegado de programas lógicos difusos

Conclusiones y trabajo futuro

La extensión simbólica sFASILL

 Ejemplo

$$\Pi^{\#} = \left\{ \begin{array}{l} R_1 : \text{cheap}(\text{taxi}) \leftarrow s_3^{\#} \\ R_2 : \text{close}(\text{hydropolis}, \text{taxi}) \leftarrow 0.7 \\ R_3 : \text{close}(\text{ritz}, \text{metro}) \leftarrow 0.9 \\ R_4 : \text{good_hotel}(x) \leftarrow @_{s_4}^{\#} (@_{\text{very}}(\text{close}(x, y)), \text{cheap}(y)) \end{array} \right.$$

$$S^{\#} = \left\{ \begin{array}{l} \text{metro} \sim \text{taxi} = s_1^{\#} \\ \text{taxi} \sim \text{bus} = 0.5 \\ \text{atlantis} \sim \text{ritz} = 0.6 \\ \wedge = \&_{s_2}^{\#} \end{array} \right.$$

La extensión simbólica sFASILL

 Ejemplo

$$\Pi^{\#} = \begin{cases} R_1 : \text{cheap}(\text{taxi}) \leftarrow s_3^{\#} \\ R_2 : \text{close}(\text{hydropolis}, \text{taxi}) \leftarrow 0.7 \\ R_3 : \text{close}(\text{ritz}, \text{metro}) \leftarrow 0.9 \\ R_4 : \text{good_hotel}(x) \leftarrow @_{s_4}^{\#} (@_{\text{very}}(\text{close}(x, y)), \text{cheap}(y)) \end{cases}$$

$$S^{\#} = \begin{cases} \text{metro} \sim \text{taxi} = s_1^{\#} \\ \text{taxi} \sim \text{bus} = 0.5 \\ \text{atlantis} \sim \text{ritz} = 0.6 \\ \wedge = \&_{s_2}^{\#} \end{cases}$$

$\{ \langle \text{good_hotel}(\text{hydropolis}), 0.7 \rangle, \langle \text{close}(\text{atlantis}, \text{bus}), 0.3 \rangle \}$

La extensión simbólica sFASILL

Ejemplo

$$\Pi^{\#} = \begin{cases} R_1 : \text{cheap}(\text{taxi}) \leftarrow s_3^{\#} \\ R_2 : \text{close}(\text{hydropolis}, \text{taxi}) \leftarrow 0.7 \\ R_3 : \text{close}(\text{ritz}, \text{metro}) \leftarrow 0.9 \\ R_4 : \text{good_hotel}(x) \leftarrow @_{s_4}^{\#} (@_{\text{very}}(\text{close}(x, y)), \text{cheap}(y)) \end{cases}$$

$$S^{\#} = \begin{cases} \text{metro} \sim \text{taxi} = s_1^{\#} \\ \text{taxi} \sim \text{bus} = 0.5 \\ \text{atlantis} \sim \text{ritz} = 0.6 \\ \wedge = \&_{s_2}^{\#} \end{cases}$$

$$\Theta = \{s_1^{\#} \mapsto 0.3, \&_{s_2}^{\#} \mapsto \&_{\text{godel}}, s_3^{\#} \mapsto 0.91, @_{s_4}^{\#} \mapsto @_{\text{aver}}\}$$

Sintaxis

- **Alfabeto** $\Rightarrow$ Lenguaje de primer orden $\mathcal{L}^\# \supseteq \mathcal{L}$
 - conectivas simbólicas $\Sigma_L^{C^\#}$
 - valores simbólicos $\Sigma_L^{T^\#}$
- **Fórmulas bien formadas**
 - (1) literales de Σ_L^T
 - (2) átomos
 - (3) $\zeta^n \in \Sigma_L^C, A_1, \dots, A_n$ fbf $\Rightarrow \zeta^n(A_1, \dots, A_n)$
 - (4) valores simbólicos de $\Sigma_L^{T^\#}$
 - (5) $\zeta^\# \in \Sigma_L^{C^\#}, A_1, \dots, A_n$ fbf $\Rightarrow \zeta^\#(A_1, \dots, A_n)$
- **Regla** $\Rightarrow A \leftarrow B^\#$
- **Programa** $\Rightarrow \mathcal{P}^\# = \langle \Pi^\#, \mathcal{R}^\#, L \rangle$

Relaciones de similitud simbólicas



Definición

Una **relación de similitud simbólica** es una aplicación $\mathcal{R}^\# : \mathcal{U} \times \mathcal{U} \rightarrow \exp_L^\#$ tal que, para cualquier sustitución simbólica Θ de $\text{sym}(\mathcal{R}^\#)$, el resultado de interpretar todas las L -expresiones en $\mathcal{R}^\# \Theta$ genera una relación de similitud $\mathcal{R}$.

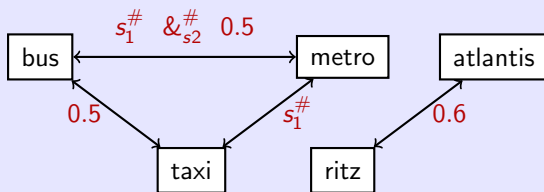
Relaciones de similitud simbólicas



Definición

Una **relación de similitud simbólica** es una aplicación $\mathcal{R}^\# : \mathcal{U} \times \mathcal{U} \rightarrow \exp_L^\#$ tal que, para cualquier sustitución simbólica Θ de $\text{sym}(\mathcal{R}^\#)$, el resultado de interpretar todas las L -expresiones en $\mathcal{R}^\# \Theta$ genera una relación de similitud $\mathcal{R}$.

✓ $\mathcal{R}^\#$



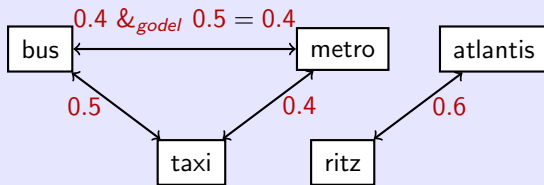
Relaciones de similitud simbólicas



Definición

Una **relación de similitud simbólica** es una aplicación $\mathcal{R}^\# : \mathcal{U} \times \mathcal{U} \rightarrow \exp_L^\#$ tal que, para cualquier sustitución simbólica Θ de $\text{sym}(\mathcal{R}^\#)$, el resultado de interpretar todas las L -expresiones en $\mathcal{R}^\# \Theta$ genera una relación de similitud $\mathcal{R}$.

$$\checkmark \Theta = \{s_1^\# \mapsto 0.4, \&_{s_2}^\# \mapsto \&_{godel}\}$$



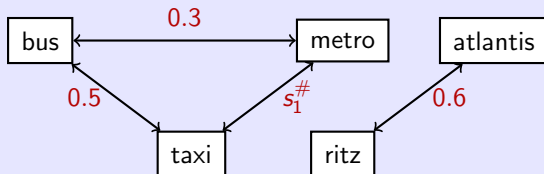
Relaciones de similitud simbólicas



Definición

Una **relación de similitud simbólica** es una aplicación $\mathcal{R}^\# : \mathcal{U} \times \mathcal{U} \rightarrow \exp_L^\#$ tal que, para cualquier sustitución simbólica Θ de $\text{sym}(\mathcal{R}^\#)$, el resultado de interpretar todas las L -expresiones en $\mathcal{R}^\# \Theta$ genera una relación de similitud $\mathcal{R}$.

$\times \mathcal{R}^\#$



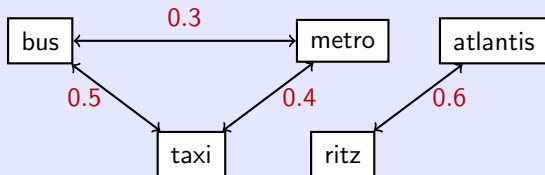
Relaciones de similitud simbólicas



Definición

Una **relación de similitud simbólica** es una aplicación $\mathcal{R}^\# : \mathcal{U} \times \mathcal{U} \rightarrow \exp_L^\#$ tal que, para cualquier sustitución simbólica Θ de $\text{sym}(\mathcal{R}^\#)$, el resultado de interpretar todas las L -expresiones en $\mathcal{R}^\# \Theta$ genera una relación de similitud $\mathcal{R}$.

$$\mathcal{R}^\# \Theta = \{s_1^\# \mapsto 0.4, \&_{s_2}^\# \mapsto \&_{\text{godel}}\}$$



Algoritmo 1: Cierre de un esquema de similitud simbólico

Datos: $S^\#$ en $\mathcal{U}$

Resultado: $\mathcal{R}^\#$ en $\mathcal{U}$

para cada $x \in \mathcal{U}$ hacer

 para cada $y \in \mathcal{U}$ hacer

 si $(x \sim y = v) \in S^\# \vee (y \sim x = v) \in S^\#$ entonces

$\mathcal{R}^\#(x, y) \leftarrow v$;

 en otro caso

$\mathcal{R}^\#(x, y) \leftarrow \perp$;

 fin

 fin

$\mathcal{R}^\#(x, x) \leftarrow \top$;

fin

para cada $x \in \mathcal{U}$ hacer

 para cada $y \in \mathcal{U}$ hacer

 para cada $z \in \mathcal{U}$ hacer

$\mathcal{R}^\#(x, y) \leftarrow \vartheta_L^\#(\sup\{\mathcal{R}^\#(x, y), \mathcal{R}^\#(x, z) \wedge \mathcal{R}^\#(z, y)\})$;

 fin

 fin

fin

devolver $\mathcal{R}^\#$;

Semántica operacional

Unificación (simbólica) débil

$$\text{close}(\text{ritz}, \text{taxi}) \simeq_{\mathcal{R}^{\#}} \text{close}(\text{atlantis}, \text{metro})$$

$$\langle \{ \text{close}(\text{ritz}, \text{taxi}) = \text{close}(\text{atlantis}, \text{metro}) \}, \text{id}, 1 \rangle \Rightarrow_{\text{wmgu}}^{(1)}$$

$$\langle \{ \text{ritz} = \text{atlantis}, \text{taxi} = \text{metro} \}, \text{id}, 1 \&_{s_2}^{\#} 1 = 1 \rangle \Rightarrow_{\text{wmgu}}^{(1)}$$

$$\langle \{ \text{taxi} = \text{metro} \}, \text{id}, 1 \&_{s_2}^{\#} 0.6 = 0.6 \rangle \Rightarrow_{\text{wmgu}}^{(1)}$$

$$\langle \emptyset, \text{id}, 0.6 \&_{s_2}^{\#} s_1^{\#} \rangle$$

$$\text{wmgu}_{\mathcal{R}^{\#}}(\text{close}(\text{ritz}, \text{taxi}), \text{close}(\text{atlantis}, \text{metro})) = \langle \text{id}, 0.6 \&_{s_2}^{\#} s_1^{\#} \rangle$$

Semántica operacional

Paso de computación (simbólico)

$$\Pi^\# = \begin{cases} R_1 : \text{cheap}(\text{taxi}) \leftarrow s_3^\# \\ R_2 : \text{close}(\text{hydropolis}, \text{taxi}) \leftarrow 0.7 \\ R_3 : \text{close}(\text{ritz}, \text{metro}) \leftarrow 0.9 \\ R_4 : \text{good_hotel}(x) \leftarrow @_{s_4}^\#(@_{\text{very}}(\text{close}(x, y)), \text{cheap}(y)) \end{cases}$$

$$S^\# = \begin{cases} \text{metro} \sim \text{taxi} = s_1^\# \\ \text{taxi} \sim \text{bus} = 0.5 \\ \text{atlantis} \sim \text{ritz} = 0.6 \\ \wedge = \&_{s_2}^\# \end{cases}$$

$\leftarrow \text{good_hotel}(x)$

$\langle \text{good_hotel}(x), \text{id} \rangle \rightsquigarrow_{SS}^{R_4}$

$\langle @_{s_4}^\#(@_{\text{very}}(\text{close}(x_1, y_1)), \text{cheap}(y_1)), \{x \mapsto x_1\} \rangle \rightsquigarrow_{SS}^{R_2}$

$\langle @_{s_4}^\#(@_{\text{very}}(0.7), \text{cheap}(\text{taxi})), \{x \mapsto \text{hydropolis}, y_1 \mapsto \text{taxi}\} \rangle \rightsquigarrow_{SS}^{R_1}$

$\langle @_{s_4}^\#(@_{\text{very}}(0.7), s_3^\#), \{x \mapsto \text{hydropolis}, y_1 \mapsto \text{taxi}\} \rangle \rightsquigarrow_{IS}$

$\langle @_{s_4}^\#(0.49, s_3^\#), \{x \mapsto \text{hydropolis}, y_1 \mapsto \text{taxi}\} \rangle$

$\langle @_{s_4}^\#(0.49, s_3^\#), \{x \mapsto \text{hydropolis}\} \rangle$

Semántica operacional

Paso de computación (simbólico)

$$\Pi^{\#} = \begin{cases} R_1 : \text{cheap}(\text{taxi}) \leftarrow s_3^{\#} \\ R_2 : \text{close}(\text{hydropolis}, \text{taxi}) \leftarrow 0.7 \\ R_3 : \text{close}(\text{ritz}, \text{metro}) \leftarrow 0.9 \\ R_4 : \text{good_hotel}(x) \leftarrow @_{s_4}^{\#}(@_{\text{very}}(\text{close}(x, y)), \text{cheap}(y)) \end{cases}$$

$$S^{\#} = \begin{cases} \text{metro} \sim \text{taxi} = s_1^{\#} \\ \text{taxi} \sim \text{bus} = 0.5 \\ \text{atlantis} \sim \text{ritz} = 0.6 \\ \wedge = \&_{s_2}^{\#} \end{cases}$$

$\leftarrow \text{good_hotel}(x)$

$$\langle \text{good_hotel}(x), id \rangle \rightsquigarrow_{SS}^{R_4}$$

$$\langle @_{s_4}^{\#}(@_{\text{very}}(\text{close}(x_1, y_1)), \text{cheap}(y_1)), \{x \mapsto x_1\} \rangle \rightsquigarrow_{SS}^{R_3}$$

$$\langle @_{s_4}^{\#}(@_{\text{very}}(0.9), \text{cheap}(\text{metro})), \{x \mapsto \text{ritz}, y_1 \mapsto \text{metro}\} \rangle \rightsquigarrow_{SS}^{R_1}$$

$$\langle @_{s_4}^{\#}(@_{\text{very}}(0.9), \&_{s_2}^{\#}(s_1^{\#}, s_3^{\#})), \{x \mapsto \text{ritz}, y_1 \mapsto \text{metro}\} \rangle \rightsquigarrow_{IS}$$

$$\langle @_{s_4}^{\#}(0.81, \&_{s_2}^{\#}(s_1^{\#}, s_3^{\#})), \{x \mapsto \text{ritz}, y_1 \mapsto \text{metro}\} \rangle$$

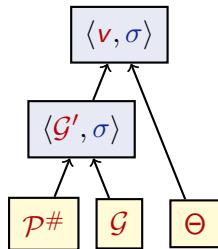
$$\langle @_{s_4}^{\#}(0.81, \&_{s_2}^{\#}(s_1^{\#}, s_3^{\#})), \{x \mapsto \text{ritz}\} \rangle$$

Preservación de respuestas computadas

$$\boxed{\mathcal{P}^{\#}} \quad \boxed{\mathcal{G}} \quad \boxed{\Theta}$$

Preservación de respuestas computadas

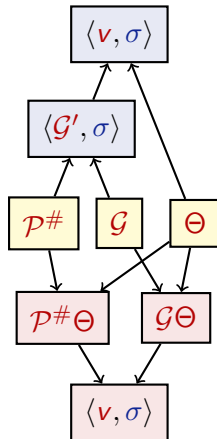
$$\langle \mathcal{G}, id \rangle \rightsquigarrow^* \langle \mathcal{G}', \sigma \rangle \text{ en } \mathcal{P}^\#,$$
$$\langle \mathcal{G}'\Theta, \sigma \rangle \rightsquigarrow_{IS}^* \langle v, \sigma \rangle$$



Preservación de respuestas computadas

$$\langle \mathcal{G}, id \rangle \rightsquigarrow^* \langle \mathcal{G}', \sigma \rangle \text{ en } \mathcal{P}^\#,$$
$$\langle \mathcal{G}'\Theta, \sigma \rangle \rightsquigarrow_{IS}^* \langle v, \sigma \rangle$$

$$\langle \mathcal{G}\Theta, id \rangle \rightsquigarrow^* \langle v, \sigma \rangle \text{ en } \mathcal{P}^\#\Theta$$



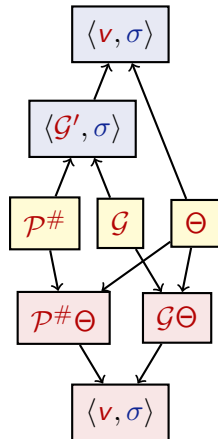
Preservación de respuestas computadas

$$\langle \mathcal{G}, id \rangle \rightsquigarrow^* \langle \mathcal{G}', \sigma \rangle \text{ en } \mathcal{P}^\#,$$

$$\langle \mathcal{G}'\Theta, \sigma \rangle \rightsquigarrow_{IS}^* \langle v, \sigma \rangle$$

$i \Downarrow ?$

$$\langle \mathcal{G}\Theta, id \rangle \rightsquigarrow^* \langle v, \sigma \rangle \text{ en } \mathcal{P}^\#\Theta$$



Preservación de respuestas computadas

Relaciones de similitud ordinarias $\mathcal{R}$



Teorema

Sea $\mathcal{P}^\# = \langle \Pi^\#, \mathcal{R}, L \rangle$ un programa sFASILL y $\mathcal{G}$ un objetivo. Entonces, para cualquier **sustitución simbólica** Θ en $\text{sym}(\mathcal{P}^\#) \cup \text{sym}(\mathcal{G})$, tenemos que $\langle v, \sigma \rangle$ es una f.c.a. para $\mathcal{G}\Theta$ en $\mathcal{P}^\#\Theta$ sii existe una s.f.c.a. $\langle \mathcal{G}', \sigma' \rangle$ para $\mathcal{G}$ en $\mathcal{P}^\#$ tal que $\langle \mathcal{G}'\Theta, \sigma' \rangle \rightsquigarrow_{IS}^* \langle v, \sigma' \rangle$, donde σ' es un renombramiento de σ .

Demostración. (Página 78)

Preservación de respuestas computadas

Relaciones de similitud ordinarias $\mathcal{R}$



Teorema

Sea $\mathcal{P}^\# = \langle \Pi^\#, \mathcal{R}, L \rangle$ un programa sFASILL y $\mathcal{G}$ un objetivo. Entonces, para cualquier **sustitución simbólica** Θ en $\text{sym}(\mathcal{P}^\#) \cup \text{sym}(\mathcal{G})$, tenemos que $\langle v, \sigma \rangle$ es una f.c.a. para $\mathcal{G}\Theta$ en $\mathcal{P}^\#\Theta$ sii existe una s.f.c.a. $\langle \mathcal{G}', \sigma' \rangle$ para $\mathcal{G}$ en $\mathcal{P}^\#$ tal que $\langle \mathcal{G}'\Theta, \sigma' \rangle \rightsquigarrow_{IS}^* \langle v, \sigma' \rangle$, donde σ' es un renombramiento de σ .

Demostración. (Página 78)

- (1) $\mathcal{G}$ en $\mathcal{P}^\#$ admite los mismos pasos $\rightsquigarrow_{SS}/\rightsquigarrow_{FS}$ que $\mathcal{G}\Theta$ en $\mathcal{P}^\#\Theta$
- (2) “Reordenación” de pasos $\rightsquigarrow_{IS}$ en derivaciones para $\mathcal{G}$ en $\mathcal{P}^\#$
- (3) Independencia de regla de computación respecto a pasos $\rightsquigarrow_{IS}$

Preservación de respuestas computadas

Ejemplo ($\mathcal{P}^\#$)

$$\Theta = \{s_1^\# \mapsto 0, \&_{s_2}^\# \mapsto \&_{godel}, s_3^\# \mapsto 0.9, @_{s_4}^\# \mapsto @_{aver}\}$$

$$\Pi^\# = \begin{cases} R_1 : \text{cheap}(\text{taxi}) \leftarrow 0.8 \\ R_2 : \text{close}(\text{hydropolis}, \text{taxi}) \leftarrow 0.7 \\ R_3 : \text{close}(\text{ritz}, \text{metro}) \leftarrow s_3^\# \\ R_4 : \text{good_hotel}(x) \leftarrow @_{s_4}^\#(@_{very}(\text{close}(x, y)), \text{cheap}(y)) \end{cases}$$

$$S^\# = \begin{cases} \text{metro} \sim \text{taxi} = s_1^\# \\ \text{taxi} \sim \text{bus} = 0.5 \\ \text{atlantis} \sim \text{ritz} = 0.6 \\ \wedge = \&_{s_2}^\# \end{cases}$$

$$\leftarrow \text{close}(x, \text{metro}) \mid_{godel} 0.5 \text{ en } \mathcal{P}^\#$$

$$\langle \text{close}(x, \text{metro}) \mid_{godel} 0.5, id \rangle \rightsquigarrow_{SS}^{R_2}$$

$$\langle (s_1^\# \&_{s_2}^\# 0.7) \mid_{godel} 0.5, \{x \mapsto \text{hydropolis}\} \rangle$$

$$\langle ((s_1^\# \&_{s_2}^\# 0.7) \mid_{godel} 0.5) \Theta, \{x \mapsto \text{hydro}\} \rangle \rightsquigarrow_{IS}^* \langle 0.5, \{x \mapsto \text{hydro}\} \rangle$$

Preservación de respuestas computadas

Ejemplo ($\mathcal{P}^\#$)

$$\Theta = \{s_1^\# \mapsto 0, \&_{s_2}^\# \mapsto \&_{godel}, s_3^\# \mapsto 0.9, @_{s_4}^\# \mapsto @_{aver}\}$$

$$\Pi^\# = \begin{cases} R_1 : \text{cheap}(\text{taxi}) \leftarrow 0.8 \\ R_2 : \text{close}(\text{hydropolis}, \text{taxi}) \leftarrow 0.7 \\ R_3 : \text{close}(\text{ritz}, \text{metro}) \leftarrow s_3^\# \\ R_4 : \text{good_hotel}(x) \leftarrow @_{s_4}^\#(@_{very}(\text{close}(x, y)), \text{cheap}(y)) \end{cases}$$

$$S^\# = \begin{cases} \text{metro} \sim \text{taxi} = s_1^\# \\ \text{taxi} \sim \text{bus} = 0.5 \\ \text{atlantis} \sim \text{ritz} = 0.6 \\ \wedge = \&_{s_2}^\# \end{cases}$$

$$\leftarrow \text{close}(x, \text{metro}) \mid_{godel} 0.5 \text{ en } \mathcal{P}^\#$$

$$\langle \text{close}(x, \text{metro}) \mid_{godel} 0.5, id \rangle \rightsquigarrow_{SS}^{R_3}$$

$$\langle s_3^\# \mid_{godel} 0.5, \{x \mapsto \text{ritz}\} \rangle$$

$$\langle (s_3^\# \mid_{godel} 0.5) \Theta, \{x \mapsto \text{ritz}\} \rangle \rightsquigarrow_{IS}^* \langle 0.9, \{x \mapsto \text{ritz}\} \rangle$$

Preservación de respuestas computadas

Ejemplo ($\mathcal{P}^\# \Theta$)

$$\Theta = \{s_1^\# \mapsto 0, \&_{s_2}^\# \mapsto \&_{godel}, s_3^\# \mapsto 0.9, @_{s_4}^\# \mapsto @_{aver}\}$$

$$\Pi^\# \Theta \left\{ \begin{array}{l} R_1 : \text{cheap}(\text{taxi}) \leftarrow 0.8 \\ R_2 : \text{close}(\text{hydropolis}, \text{taxi}) \leftarrow 0.7 \\ R_3 : \text{close}(\text{ritz}, \text{metro}) \leftarrow 0.9 \\ R_4 : \text{good_hotel}(x) \leftarrow @_{aver}(@_{very}(\text{close}(x, y)), \text{cheap}(y)) \end{array} \right.$$

$$S^\# \Theta \left\{ \begin{array}{l} \text{metro} \sim \text{taxi} = 0 \\ \text{taxi} \sim \text{bus} = 0.5 \\ \text{atlantis} \sim \text{ritz} = 0.6 \\ \wedge = \&_{godel} \end{array} \right.$$

$$\leftarrow \text{close}(x, \text{metro}) \mid_{godel} 0.5 \text{ en } \mathcal{P}^\# \Theta$$

$$\langle \underline{\text{close}(x, \text{metro})} \mid_{godel} 0.5, id \rangle \rightsquigarrow_{SS}^{R_3}$$

$$\langle \underline{0.9 \mid_{godel} 0.5}, \{x \mapsto \text{ritz}\} \rangle \rightsquigarrow_{IS}$$

$$\langle 0.9, \{x \mapsto \text{ritz}\} \rangle$$

$$\langle 0.9, \{x \mapsto \text{ritz}\} \rangle$$

Preservación de respuestas computadas

Sustituciones simbólicas seguras



Definición

Una **sustitución simbólica** Θ en $\text{sym}(\mathcal{R}^\#)$ es **segura** respecto a $\mathcal{R}^\#$ si:

- (1) $v^\# \Theta > \perp$ para todo $v^\# \in \text{sym}(\mathcal{R}^\#)$;
- (2) t-norma asociada a $\mathcal{R}^\# \Theta$ estrictamente positiva.

Preservación de respuestas computadas

Sustituciones simbólicas seguras



Definición

Una **sustitución simbólica** Θ en $\text{sym}(\mathcal{R}^\#)$ es **segura** respecto a $\mathcal{R}^\#$ si:

- (1) $v^\# \Theta > \perp$ para todo $v^\# \in \text{sym}(\mathcal{R}^\#)$;
- (2) t-norma asociada a $\mathcal{R}^\# \Theta$ estrictamente positiva.

$$\text{deg}(\text{close}(\text{atlantis}, \text{taxi}), \text{close}(\text{ritz}, \text{metro})) = 0.6 \&_{s_2}^\# s_1^\#$$

$$\Theta = \{s_1^\# \mapsto 0.3, \&_{s_2}^\# \mapsto \&_{luka}\}$$

$$(0.6 \&_{s_2}^\# s_1^\#) \Theta = 0.6 \&_{luka} 0.3 = \max\{0, 0.6 + 0.3 - 1\} = 0$$

Preservación de respuestas computadas

Relaciones de similitud simbólicas $\mathcal{R}^\#$



Teorema

Sea $\mathcal{P}^\# = \langle \Pi^\#, \mathcal{R}^\#, L \rangle$ un programa sFASILL y $\mathcal{G}$ un objetivo. Entonces, para cualquier **sustitución simbólica segura** Θ en $\text{sym}(\mathcal{P}^\#) \cup \text{sym}(\mathcal{G})$ respecto a $\mathcal{R}^\#$, tenemos que $\langle v, \sigma \rangle$ es una f.c.a. para $\mathcal{G}\Theta$ en $\mathcal{P}^\#\Theta$ sii existe una s.f.c.a. $\langle \mathcal{G}', \sigma' \rangle$ para $\mathcal{G}$ en $\mathcal{P}^\#$ tal que $\langle \mathcal{G}'\Theta, \sigma' \rangle \rightsquigarrow_{IS}^* \langle v, \sigma' \rangle$, donde σ' es un renombramiento de σ .

Demostración. (Página 81)

Preservación de respuestas computadas

Conjunto de grados de unificación de una derivación

$$\Pi^{\#} = \begin{cases} R_1 : \text{cheap}(\text{taxi}) \leftarrow 0.8 \\ R_2 : \text{close}(\text{hydropolis}, \text{taxi}) \leftarrow 0.7 \\ R_3 : \text{close}(\text{ritz}, \text{metro}) \leftarrow s_3^{\#} \\ R_4 : \text{good_hotel}(x) \leftarrow @_{s_4}^{\#}(@_{\text{very}}(\text{close}(x, y)), \text{cheap}(y)) \end{cases}$$

$$S^{\#} = \begin{cases} \text{metro} \sim \text{taxi} = s_1^{\#} \\ \text{taxi} \sim \text{bus} = 0.5 \\ \text{atlantis} \sim \text{ritz} = 0.6 \\ \wedge = \&_{s_2}^{\#} \end{cases}$$

$$\leftarrow \text{close}(x, \text{metro}) \mid_{\text{godel}} 0.5$$

$$\mathcal{D} : \langle \underline{\text{close}(x, \text{metro})} \mid_{\text{godel}} 0.5, \text{id} \rangle \rightsquigarrow_{SS}^{R_2}$$

$$\langle (s_1^{\#} \&_{s_2}^{\#} 0.7) \mid_{\text{godel}} 0.5, \{x \mapsto \text{hydropolis}\} \rangle$$

$$\text{deg}(\mathcal{D}) = \{s_1^{\#}\}$$

Preservación de respuestas computadas

Relaciones de similitud simbólicas $\mathcal{R}^\#$ (alt.)



Teorema

Sea $\mathcal{P}^\# = \langle \Pi^\#, \mathcal{R}^\#, L \rangle$ un programa sFASILL y $\mathcal{G}$ un objetivo. Sea $\mathcal{D}$ una derivación para el objetivo $\mathcal{G}$ en $\mathcal{P}^\#$ que lleva a una s.f.c.a. $\langle \mathcal{G}', \sigma' \rangle$. Entonces, para cualquier sustitución simbólica Θ en $\text{sym}(\mathcal{P}^\#) \cup \text{sym}(\mathcal{G})$ tal que

$$\forall E^\# \in \text{deg}(\mathcal{D}), \vartheta_L(E^\# \Theta) > \perp,$$

tenemos que:

- (1) $\langle \mathcal{G}' \Theta, \sigma' \rangle \rightsquigarrow_{IS}^* \langle \nu, \sigma' \rangle$;
- (2) $\langle \nu, \sigma \rangle$ es una f.c.a. para $\mathcal{G} \Theta$ en $\mathcal{P}^\# \Theta$;
- (3) σ' es un renombramiento de σ .

Demostración. (Página 82)

Índice

Fundamentos

El lenguaje FASILL

La extensión simbólica sFASILL

Calibrado de programas lógicos difusos

Despliegado de programas lógicos difusos

Conclusiones y trabajo futuro

Calibrado de programas lógicos difusos

$$\Pi^{\#} = \left\{ \begin{array}{l} R_1 : \text{cheap}(\text{taxi}) \leftarrow s_3^{\#} \\ R_2 : \text{close}(\text{hydropolis}, \text{taxi}) \leftarrow 0.7 \\ R_3 : \text{close}(\text{ritz}, \text{metro}) \leftarrow 0.9 \\ R_4 : \text{good_hotel}(x) \leftarrow @_{s_4}^{\#}(@_{\text{very}}(\text{close}(x, y)), \text{cheap}(y)) \end{array} \right.$$

$$S^{\#} = \left\{ \begin{array}{l} \text{metro} \sim \text{taxi} = s_1^{\#} \\ \text{taxi} \sim \text{bus} = 0.5 \\ \text{atlantis} \sim \text{ritz} = 0.6 \\ \wedge = \&_{s_2}^{\#} \end{array} \right.$$

$$t_1 = \langle \text{good_hotel}(\text{hydropolis}), 0.7 \rangle$$

$$t_2 = \langle \text{close}(\text{atlantis}, \text{bus}), 0.3 \rangle$$

Calibrado de programas lógicos difusos

$$\Pi^{\#} = \begin{cases} R_1 : \text{cheap}(\text{taxi}) \leftarrow s_3^{\#} \\ R_2 : \text{close}(\text{hydropolis}, \text{taxi}) \leftarrow 0.7 \\ R_3 : \text{close}(\text{ritz}, \text{metro}) \leftarrow 0.9 \\ R_4 : \text{good_hotel}(x) \leftarrow @_{s_4}^{\#}(@_{\text{very}}(\text{close}(x, y)), \text{cheap}(y)) \end{cases}$$

$$S^{\#} = \begin{cases} \text{metro} \sim \text{taxi} = s_1^{\#} \\ \text{taxi} \sim \text{bus} = 0.5 \\ \text{atlantis} \sim \text{ritz} = 0.6 \\ \wedge = \&_{s_2}^{\#} \end{cases}$$

$$t_1 = \langle \text{good_hotel}(\text{hydropolis}), 0.7 \rangle$$

$$t_2 = \langle \text{close}(\text{atlantis}, \text{bus}), 0.3 \rangle$$

$$\Theta = \{s_1^{\#} \mapsto 0.3, \&_{s_2}^{\#} \mapsto \&_{\text{godel}}, s_3^{\#} \mapsto 0.91, @_{s_4}^{\#} \mapsto @_{\text{aver}}\}$$

$$\mathcal{D}_1^{\mathcal{P}^{\#}\Theta} : \langle \text{good_hotel}(\text{hydropolis}), id \rangle \rightsquigarrow^* \langle 0.7, id \rangle$$

$$\mathcal{D}_2^{\mathcal{P}^{\#}\Theta} : \langle \text{close}(\text{atlantis}, \text{bus}), id \rangle \rightsquigarrow^* \langle 0.3, id \rangle$$

Distancia



Definición

Un **espacio métrico** es un par (M, d) donde M es un conjunto y d es una distancia sobre M , es decir, una función $d : M \times M \rightarrow \mathbb{R}$ tal que para todo $x, y, z \in M$ se verifican las siguientes propiedades:

- (1) $d(x, y) \geq 0$, y en particular $d(x, y) = 0$ si $x = y$;
- (2) $d(x, y) = d(y, x)$;
- (3) $d(x, z) \geq d(x, y) + d(y, z)$ (desigualdad triangular).

Distancia

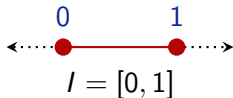


Definición

Un **espacio métrico** es un par (M, d) donde M es un conjunto y d es una distancia sobre M , es decir, una función $d : M \times M \rightarrow \mathbb{R}$ tal que para todo $x, y, z \in M$ se verifican las siguientes propiedades:

- (1) $d(x, y) \geq 0$, y en particular $d(x, y) = 0$ si $x = y$;
- (2) $d(x, y) = d(y, x)$;
- (3) $d(x, z) \geq d(x, y) + d(y, z)$ (desigualdad triangular).

- $d(x, y) = |x - y|$
- $d(x, y) = (x - y)^2$
- $d(x, y) = \begin{cases} 0 & \text{si } x = y \\ 1 & \text{si } x \neq y \end{cases}$



Calibrado de programas lógicos difusos



Definición

Sea $\mathcal{P}^\# = \langle \Pi^\#, \mathcal{R}^\#, L \rangle$ un programa sFASILL y $T = \{\langle \mathcal{G}_1, v_1 \rangle, \dots, \langle \mathcal{G}_n, v_n \rangle\}$ un conjunto de casos de prueba. El **calibrado** de $\mathcal{P}^\#$ respecto a T consiste en la búsqueda de una sustitución simbólica Θ de $\text{sym}(\mathcal{P}^\#) \cup \bigcup_{i=1}^n \text{sym}(\mathcal{G}_i)$ que minimiza la suma de las distancias entre las f.c.a. producidas en $\mathcal{P}^\# \Theta$ para los objetivos $\mathcal{G}_1 \Theta, \dots, \mathcal{G}_n \Theta$ y los valores esperados $v_1, \dots, v_n$; esto es:

$$\arg \min_{\Theta} \sum_{i=1}^n d(v_i, r_i) : \langle \mathcal{G}_i \Theta, id \rangle \rightsquigarrow^* \langle r_i, \sigma_i \rangle \text{ en } \mathcal{P}^\# \Theta, r_i \in L$$

Algoritmo 2: Calibrado básico de programas lógicos difusos

Datos: Programa $\mathcal{P}^\#$ y un conjunto de casos de prueba $\langle \mathcal{G}_i, v_i \rangle$, con $1 \leq i \leq k$.

Resultado: Una sustitución simbólica Θ .

Considerar un número finito de sustituciones simbólicas $\Theta_1, \dots, \Theta_n$;

$\tau \leftarrow +\infty$;

para cada $i \in \{1, \dots, n\}$ hacer

$\mathcal{P}_i \leftarrow \mathcal{P}^\# \Theta_i$;

$\epsilon \leftarrow 0$;

 para cada $j \in \{1, \dots, k\}$ hacer

 Computar la f.c.a. $\langle \mathcal{G}_j \Theta_i, id \rangle \rightsquigarrow^* \langle v_{ij}, \theta_{ij} \rangle$ en $\mathcal{P}_i$;

$\epsilon \leftarrow \epsilon + d(v_{ij}, v_j)$;

 si $\epsilon \geq \tau$ entonces

 salir;

 fin

 fin

 si $\epsilon < \tau$ entonces

$\tau \leftarrow \epsilon$;

$\Theta \leftarrow \Theta_i$;

 fin

fin

devolver Θ ;

Método de calibrado básico

Ejemplo

$$\Pi^{\#} = \begin{cases} R_1 : \text{cheap}(\text{taxi}) \leftarrow s_3^{\#} \\ R_2 : \text{close}(\text{hydropolis}, \text{taxi}) \leftarrow 0.7 \\ R_3 : \text{close}(\text{ritz}, \text{metro}) \leftarrow 0.9 \\ R_4 : \text{good_hotel}(x) \leftarrow @_{s4}^{\#}(@_{\text{very}}(\text{close}(x, y)), \text{cheap}(y)) \end{cases}$$

$$S^{\#} = \begin{cases} \text{metro} \sim \text{taxi} = s_1^{\#} \\ \text{taxi} \sim \text{bus} = 0.5 \\ \text{atlantis} \sim \text{ritz} = 0.6 \\ \wedge = \&_{s2}^{\#} \end{cases}$$

$$t_1 = \langle \text{good_hotel}(\text{hydropolis}), 0.7 \rangle$$

$$t_2 = \langle \text{close}(\text{atlantis}, \text{bus}), 0.3 \rangle$$

$$s_1^{\#}, s_3^{\#} \in \{0.3, 0.8\}$$

$$\&_{s2}^{\#} \in \{\&_{\text{godel}}, \&_{\text{luka}}, \&_{\text{prod}}\}$$

$$@_{s4}^{\#} \in \{@_{\text{aver}}, @_{\text{geom}}\}$$

Método de calibrado básico

Sustituciones simbólicas

$$\begin{aligned}\Theta_1 &= \{s_1^\# \mapsto 0.3, \&_{s_2}^\# \mapsto \&_{godel}, s_3^\# \mapsto 0.3, @_{s_4}^\# \mapsto @_{aver}\} \\ \Theta_2 &= \{s_1^\# \mapsto 0.3, \&_{s_2}^\# \mapsto \&_{godel}, s_3^\# \mapsto 0.3, @_{s_4}^\# \mapsto @_{geom}\} \\ \Theta_3 &= \{s_1^\# \mapsto 0.3, \&_{s_2}^\# \mapsto \&_{godel}, s_3^\# \mapsto 0.8, @_{s_4}^\# \mapsto @_{aver}\} \\ \Theta_4 &= \{s_1^\# \mapsto 0.3, \&_{s_2}^\# \mapsto \&_{godel}, s_3^\# \mapsto 0.8, @_{s_4}^\# \mapsto @_{geom}\} \\ \Theta_5 &= \{s_1^\# \mapsto 0.3, \&_{s_2}^\# \mapsto \&_{luka}, s_3^\# \mapsto 0.3, @_{s_4}^\# \mapsto @_{aver}\} \\ \Theta_6 &= \{s_1^\# \mapsto 0.3, \&_{s_2}^\# \mapsto \&_{luka}, s_3^\# \mapsto 0.3, @_{s_4}^\# \mapsto @_{geom}\} \\ \Theta_7 &= \{s_1^\# \mapsto 0.3, \&_{s_2}^\# \mapsto \&_{luka}, s_3^\# \mapsto 0.8, @_{s_4}^\# \mapsto @_{aver}\} \\ \Theta_8 &= \{s_1^\# \mapsto 0.3, \&_{s_2}^\# \mapsto \&_{luka}, s_3^\# \mapsto 0.8, @_{s_4}^\# \mapsto @_{geom}\} \\ \Theta_9 &= \{s_1^\# \mapsto 0.3, \&_{s_2}^\# \mapsto \&_{prod}, s_3^\# \mapsto 0.3, @_{s_4}^\# \mapsto @_{aver}\} \\ \Theta_{10} &= \{s_1^\# \mapsto 0.3, \&_{s_2}^\# \mapsto \&_{prod}, s_3^\# \mapsto 0.3, @_{s_4}^\# \mapsto @_{geom}\} \\ \Theta_{11} &= \{s_1^\# \mapsto 0.3, \&_{s_2}^\# \mapsto \&_{prod}, s_3^\# \mapsto 0.8, @_{s_4}^\# \mapsto @_{aver}\} \\ \Theta_{12} &= \{s_1^\# \mapsto 0.3, \&_{s_2}^\# \mapsto \&_{prod}, s_3^\# \mapsto 0.8, @_{s_4}^\# \mapsto @_{geom}\} \\ &\vdots\end{aligned}$$

Método de calibrado básico

Búsqueda

$$\Downarrow_{\Theta_1} \dots \Downarrow_{\Theta_n}$$

 Θ_1

$\langle \text{good_hotel}(\text{hydropolis}), \text{id} \rangle \rightsquigarrow^* \langle 0.395, \text{id} \rangle$ en $\mathcal{P}^\# \Theta_1$

$\langle \text{close}(\text{atlantis}, \text{bus}), \text{id} \rangle \rightsquigarrow^* \langle 0.3, \text{id} \rangle$ en $\mathcal{P}^\# \Theta_1$

$$\epsilon_1 = d(0.395, 0.7) + d(0.3, 0.3) = 0.305 + 0 = 0.305$$

 Θ_2

$\langle \text{good_hotel}(\text{hydropolis}), \text{id} \rangle \rightsquigarrow^* \langle 0.3834, \text{id} \rangle$ en $\mathcal{P}^\# \Theta_2$

$\langle \text{close}(\text{atlantis}, \text{bus}), \text{id} \rangle \rightsquigarrow^* \langle 0.3, \text{id} \rangle$ en $\mathcal{P}^\# \Theta_2$

$$\epsilon_2 = d(0.3834, 0.7) + d(0.3, 0.3) = 0.3166 + 0 = 0.3166$$

Método de calibrado básico

Búsqueda

Θ	$s_1^\#$	$\&_{s_2}^\#$	$s_3^\#$	$@_{s_4}^\#$	t_1	ϵ_1	t_2	ϵ_2	ϵ_{total}
Θ_1	0.3	$\&_{godel}$	0.3	$@_{aver}$	0.395	0.305	0.3	0.0	0.305
Θ_2	0.3	$\&_{godel}$	0.3	$@_{geom}$	0.3834	0.3166	0.3*	0.0*	0.3166*
Θ_3	0.3	$\&_{godel}$	0.8	$@_{aver}$	0.645	0.055	0.3	0.0	0.055
Θ_4	0.3	$\&_{godel}$	0.8	$@_{geom}$	0.626	0.074	0.3*	0.0*	0.074*
Θ_5	0.3	$\&_{luka}$	0.3	$@_{aver}$	0.395	0.305	0.0*	0.3*	0.605*
Θ_6	0.3	$\&_{luka}$	0.3	$@_{geom}$	0.3834	0.3166	0.0*	0.3*	0.6166*
Θ_7	0.3	$\&_{luka}$	0.8	$@_{aver}$	0.645	0.055	0.0*	0.3*	0.355*
Θ_8	0.3	$\&_{luka}$	0.8	$@_{geom}$	0.626	0.074	0.0*	0.3*	0.374*
Θ_9	0.3	$\&_{prod}$	0.3	$@_{aver}$	0.395	0.305	0.081*	0.219*	0.524*
Θ_{10}	0.3	$\&_{prod}$	0.3	$@_{geom}$	0.3834	0.3166	0.081*	0.219*	0.5356*
Θ_{11}	0.3	$\&_{prod}$	0.8	$@_{aver}$	0.645	0.055	0.081*	0.219*	0.274*
Θ_{12}	0.3	$\&_{prod}$	0.8	$@_{geom}$	0.626	0.074	0.081*	0.219*	0.293*
Θ_{13}	0.8	$\&_{godel}$	0.3	$@_{aver}$	0.395	0.305	0.5*	0.2*	0.505*
Θ_{14}	0.8	$\&_{godel}$	0.3	$@_{geom}$	0.3834	0.3166	0.5*	0.2*	0.5166*
Θ_{15}	0.8	$\&_{godel}$	0.8	$@_{aver}$	0.645	0.055	0.5*	0.2*	0.255*
Θ_{16}	0.8	$\&_{godel}$	0.8	$@_{geom}$	0.626	0.074	0.5*	0.2*	0.274*
Θ_{17}	0.8	$\&_{luka}$	0.3	$@_{aver}$	0.395	0.305	0.0*	0.3*	0.605*
Θ_{18}	0.8	$\&_{luka}$	0.3	$@_{geom}$	0.3834	0.3166	0.0*	0.3*	0.6166*
Θ_{19}	0.8	$\&_{luka}$	0.8	$@_{aver}$	0.645	0.055	0.0*	0.3*	0.355*
Θ_{20}	0.8	$\&_{luka}$	0.8	$@_{geom}$	0.626	0.074	0.0*	0.3*	0.374*
Θ_{21}	0.8	$\&_{prod}$	0.3	$@_{aver}$	0.395	0.305	0.216*	0.084*	0.389*
Θ_{22}	0.8	$\&_{prod}$	0.3	$@_{geom}$	0.3834	0.3166	0.216*	0.084*	0.4006*
Θ_{23}	0.8	$\&_{prod}$	0.8	$@_{aver}$	0.645	0.055	0.216*	0.084*	0.139*
Θ_{24}	0.8	$\&_{prod}$	0.8	$@_{geom}$	0.626	0.074	0.216*	0.084*	0.158*

Método de calibrado básico

Inconveniente

$\mathcal{P} \# \Theta_1$

$\langle \underline{\text{good_hotel}(\text{hydropolis})}, \text{id} \rangle \rightsquigarrow_{SS}^{R_4}$

$\langle @_{\text{aver}}(@_{\text{very}}(\underline{\text{close}(\text{hydropolis}, y_1)}), \text{cheap}(y_1)), \text{id} \rangle \rightsquigarrow_{SS}^{R_2}$

$\langle @_{\text{aver}}(@_{\text{very}}(0.7), \underline{\text{cheap}(\text{taxi})}), \{y_1 \mapsto \text{taxi}\} \rangle \rightsquigarrow_{SS}^{R_1}$

$\langle @_{\text{aver}}(@_{\text{very}}(0.7), 0.3), \{y_1 \mapsto \text{taxi}\} \rangle$

$\mathcal{P} \# \Theta_2$

$\langle \underline{\text{good_hotel}(\text{hydropolis})}, \text{id} \rangle \rightsquigarrow_{SS}^{R_4}$

$\langle @_{\text{geom}}(@_{\text{very}}(\underline{\text{close}(\text{hydropolis}, y_1)}), \text{cheap}(y_1)), \text{id} \rangle \rightsquigarrow_{SS}^{R_2}$

$\langle @_{\text{geom}}(@_{\text{very}}(0.7), \underline{\text{cheap}(\text{taxi})}), \{y_1 \mapsto \text{taxi}\} \rangle \rightsquigarrow_{SS}^{R_1}$

$\langle @_{\text{geom}}(@_{\text{very}}(0.7), 0.3), \{y_1 \mapsto \text{taxi}\} \rangle$

Algoritmo 3: Calibrado simbólico de programas lógicos difusos

Datos: Programa $\mathcal{P}^\#$ y un conjunto de casos de prueba $\langle \mathcal{G}_i, v_i \rangle$, con $1 \leq i \leq k$.

Resultado: Una sustitución simbólica Θ .

para cada $i \in \{1, \dots, k\}$ **hacer**

 | Computar la s.f.c.a. $\langle \mathcal{G}_i, id \rangle \rightsquigarrow^* \langle \mathcal{G}'_i, \theta_i \rangle$ en $\mathcal{P}^\#$;

fin

Considerar un número finito de sustituciones simbólicas $\Theta_1, \dots, \Theta_n$;

$\tau \leftarrow +\infty$;

para cada $i \in \{1, \dots, n\}$ **hacer**

si Θ_i es segura **entonces**

$\epsilon \leftarrow 0$;

para cada $j \in \{1, \dots, k\}$ **hacer**

 | Computar la f.c.a. $\langle \mathcal{G}'_j \Theta_i, \theta_j \rangle \rightsquigarrow^*_{IS} \langle v_{ij}, \theta_j \rangle$ en $\mathcal{P}^\#$;

$\epsilon \leftarrow \epsilon + d(v_{ij}, v_j)$;

si $\epsilon \geq \tau$ **entonces**

 | salir;

fin

fin

si $\epsilon < \tau$ **entonces**

$\tau \leftarrow \epsilon$;

$\Theta \leftarrow \Theta_i$;

fin

fin

fin

devolver Θ ;

Método de calibrado simbólico

Ejemplo

$$\Pi^{\#} = \begin{cases} R_1 : \text{cheap}(\text{taxi}) \leftarrow s_3^{\#} \\ R_2 : \text{close}(\text{hydropolis}, \text{taxi}) \leftarrow 0.7 \\ R_3 : \text{close}(\text{ritz}, \text{metro}) \leftarrow 0.9 \\ R_4 : \text{good_hotel}(x) \leftarrow @_{s4}^{\#}(@_{\text{very}}(\text{close}(x, y)), \text{cheap}(y)) \end{cases}$$

$$S^{\#} = \begin{cases} \text{metro} \sim \text{taxi} = s_1^{\#} \\ \text{taxi} \sim \text{bus} = 0.5 \\ \text{atlantis} \sim \text{ritz} = 0.6 \\ \wedge = \&_{s2}^{\#} \end{cases}$$

$$t_1 = \langle \text{good_hotel}(\text{hydropolis}), 0.7 \rangle$$

$$t_2 = \langle \text{close}(\text{atlantis}, \text{bus}), 0.3 \rangle$$

$$s_1^{\#}, s_3^{\#} \in \{0.3, 0.8\}$$

$$\&_{s2}^{\#} \in \{\&_{\text{godel}}, \&_{\text{luka}}, \&_{\text{prod}}\}$$

$$@_{s4}^{\#} \in \{@_{\text{aver}}, @_{\text{geom}}\}$$

Método de calibrado simbólico

Búsqueda

$\langle \text{good_hotel}(\text{hydropolis}), \text{id} \rangle \rightsquigarrow^* \langle @_{s4}^\#(0.49, s_3^\#), \text{id} \rangle$ en $\mathcal{P}^\#$

$\langle \text{close}(\text{atlantis}, \text{bus}), \text{id} \rangle \rightsquigarrow^* \langle \&_{s2}^\#(\&_{s2}^\#(0.6, \&_{s2}^\#(0.5, s_1^\#)), 0.9), \text{id} \rangle$ en $\mathcal{P}^\#$

$\Downarrow_{\Theta_1} \dots \Downarrow_{\Theta_n}$

Θ_1

$\langle @_{\text{aver}}(0.49, 0.3), \text{id} \rangle \rightsquigarrow_{IS}^* \langle 0.395, \text{id} \rangle$

$\langle \&_{\text{godel}}(\&_{\text{godel}}(0.6, \&_{\text{godel}}(0.5, 0.3)), 0.9), \text{id} \rangle \rightsquigarrow_{IS}^* \langle 0.3, \text{id} \rangle$

$$\epsilon_1 = d(0.395, 0.7) + d(0.3, 0.3) = 0.305 + 0 = 0.305$$

Método de calibrado simbólico

Búsqueda

Θ	$s_1^\#$	$\&_{s_2}^\#$	$s_3^\#$	$@_{s_4}^\#$	t_1	ϵ_1	t_2	ϵ_2	ϵ_{total}
Θ_1	0.3	$\&_{godel}$	0.3	$@_{aver}$	0.395	0.305	0.3	0.0	0.305
Θ_2	0.3	$\&_{godel}$	0.3	$@_{geom}$	0.3834	0.3166	0.3*	0.0*	0.3166*
Θ_3	0.3	$\&_{godel}$	0.8	$@_{aver}$	0.645	0.055	0.3	0.0	0.055
Θ_4	0.3	$\&_{godel}$	0.8	$@_{geom}$	0.626	0.074	0.3*	0.0*	0.074*
Θ_9	0.3	$\&_{prod}$	0.3	$@_{aver}$	0.395	0.305	0.081*	0.219*	0.524*
Θ_{10}	0.3	$\&_{prod}$	0.3	$@_{geom}$	0.3834	0.3166	0.081*	0.219*	0.5356*
Θ_{11}	0.3	$\&_{prod}$	0.8	$@_{aver}$	0.645	0.055	0.081*	0.219*	0.274*
Θ_{12}	0.3	$\&_{prod}$	0.8	$@_{geom}$	0.626	0.074	0.081*	0.219*	0.293*
Θ_{13}	0.8	$\&_{godel}$	0.3	$@_{aver}$	0.395	0.305	0.5*	0.2*	0.505*
Θ_{14}	0.8	$\&_{godel}$	0.3	$@_{geom}$	0.3834	0.3166	0.5*	0.2*	0.5166*
Θ_{15}	0.8	$\&_{godel}$	0.8	$@_{aver}$	0.645	0.055	0.5*	0.2*	0.255*
Θ_{16}	0.8	$\&_{godel}$	0.8	$@_{geom}$	0.626	0.074	0.5*	0.2*	0.274*
Θ_{21}	0.8	$\&_{prod}$	0.3	$@_{aver}$	0.395	0.305	0.216*	0.084*	0.389*
Θ_{22}	0.8	$\&_{prod}$	0.3	$@_{geom}$	0.3834	0.3166	0.216*	0.084*	0.4006*
Θ_{23}	0.8	$\&_{prod}$	0.8	$@_{aver}$	0.645	0.055	0.216*	0.084*	0.139*
Θ_{24}	0.8	$\&_{prod}$	0.8	$@_{geom}$	0.626	0.074	0.216*	0.084*	0.158*

Método de calibrado simbólico

Precondiciones

$$\mathcal{D}_1^{\mathcal{P}^\#} : \langle \text{good_hotel}(\text{hydropolis}), \text{id} \rangle \rightsquigarrow^* \langle @_{s_4}^\#(0.49, s_3^\#), \text{id} \rangle$$

$$\text{deg}(\mathcal{D}_1^{\mathcal{P}^\#}) = \{1\}$$

$$\mathcal{D}_2^{\mathcal{P}^\#} : \langle \text{close}(\text{atlantis}, \text{bus}), \text{id} \rangle \rightsquigarrow^* \langle \&_{s_2}^\#(\&_{s_2}^\#(0.6, \&_{s_2}^\#(0.5, s_1^\#)), 0.9), \text{id} \rangle$$

$$\text{deg}(\mathcal{D}_2^{\mathcal{P}^\#}) = \{\&_{s_2}^\#(0.6, \&_{s_2}^\#(0.5, s_1^\#))\}$$

$\ominus_5$

$$\vartheta_L(\&_{luka}(0.6, \&_{luka}(0.5, 0.3))) = 0$$

Método de calibrado simbólico

Inconveniente

Θ	$s_1^\#$	$\&_{s_2}^\#$	$s_3^\#$	$@_{s_4}^\#$	t_1	ϵ_1	t_2	ϵ_2	ϵ_{total}
Θ_1	0.3	$\&_{godel}$	0.3	$@_{aver}$	0.395	0.305	0.3	0.0	0.305
Θ_2	0.3	$\&_{godel}$	0.3	$@_{geom}$	0.3834	0.3166	0.3*	0.0*	0.3166*
Θ_3	0.3	$\&_{godel}$	0.8	$@_{aver}$	0.645	0.055	0.3	0.0	0.055
Θ_4	0.3	$\&_{godel}$	0.8	$@_{geom}$	0.626	0.074	0.3*	0.0*	0.074*
Θ_9	0.3	$\&_{prod}$	0.3	$@_{aver}$	0.395	0.305	0.081*	0.219*	0.524*
Θ_{10}	0.3	$\&_{prod}$	0.3	$@_{geom}$	0.3834	0.3166	0.081*	0.219*	0.5356*
Θ_{11}	0.3	$\&_{prod}$	0.8	$@_{aver}$	0.645	0.055	0.081*	0.219*	0.274*
Θ_{12}	0.3	$\&_{prod}$	0.8	$@_{geom}$	0.626	0.074	0.081*	0.219*	0.293*
Θ_{13}	0.8	$\&_{godel}$	0.3	$@_{aver}$	0.395	0.305	0.5*	0.2*	0.505*
Θ_{14}	0.8	$\&_{godel}$	0.3	$@_{geom}$	0.3834	0.3166	0.5*	0.2*	0.5166*
Θ_{15}	0.8	$\&_{godel}$	0.8	$@_{aver}$	0.645	0.055	0.5*	0.2*	0.255*
Θ_{16}	0.8	$\&_{godel}$	0.8	$@_{geom}$	0.626	0.074	0.5*	0.2*	0.274*
Θ_{21}	0.8	$\&_{prod}$	0.3	$@_{aver}$	0.395	0.305	0.216*	0.084*	0.389*
Θ_{22}	0.8	$\&_{prod}$	0.3	$@_{geom}$	0.3834	0.3166	0.216*	0.084*	0.4006*
Θ_{23}	0.8	$\&_{prod}$	0.8	$@_{aver}$	0.645	0.055	0.216*	0.084*	0.139*
Θ_{24}	0.8	$\&_{prod}$	0.8	$@_{geom}$	0.626	0.074	0.216*	0.084*	0.158*

Algoritmo 4: Calibrado disjunto de programas lógicos difusos

Datos: Programa $\mathcal{P}^\#$ y un conjunto de casos de prueba $\langle \mathcal{G}_i, v_i \rangle$, con $1 \leq i \leq k$.

Resultado: Una sustitución simbólica Θ .

$\mathcal{C} \leftarrow \emptyset$;

para cada $i \in \{1, \dots, k\}$ **hacer**

 Computar la s.f.c.a. $\langle \mathcal{G}_i, id \rangle \rightsquigarrow^* \langle \mathcal{G}'_i, \theta_i \rangle$ en $\mathcal{P}^\#$;

 Obtener las constantes simbólicas $\text{sym}(\mathcal{G}'_i) = \{s_1^\#, \dots, s_l^\#\}$;

para cada $s^\# \in \text{sym}(\mathcal{G}'_i)$ **hacer**

si $\nexists (S, T) \in \mathcal{C} : s^\# \in S$ **entonces**

$\mathcal{C} \leftarrow \mathcal{C} \cup \{(s^\#, \emptyset)\}$;

fin

fin

para cada $j \in \{1, \dots, l-1\}$ **hacer**

$A \leftarrow (S_a, T_a) \in \mathcal{C} : s_j^\# \in S_a$;

$B \leftarrow (S_b, T_b) \in \mathcal{C} : s_{j+1}^\# \in S_b$;

$\mathcal{C} \leftarrow ((\mathcal{C} - A) - B) \cup \{(S_a \cup S_b, T_a \cup T_b)\}$;

fin

$A \leftarrow (S, T) \in \mathcal{C} : s_l^\# \in S$;

$\mathcal{C} \leftarrow (\mathcal{C} - A) \cup \{(S, T \cup \{\langle \mathcal{G}_i, v_i \rangle\})\}$;

fin

$\Theta = \emptyset$;

para cada $(S, T) \in \mathcal{C}$ **hacer**

$\Theta' \leftarrow$ Calibrar $\mathcal{P}^\#$ para los casos de prueba T aplicando el algoritmo 3;

$\Theta \leftarrow \Theta \cup \Theta'$;

fin

devolver Θ ;

Método de calibrado disjunto

Ejemplo

$$\Pi^{\#} = \begin{cases} R_1 : \text{cheap}(\text{taxi}) \leftarrow s_3^{\#} \\ R_2 : \text{close}(\text{hydropolis}, \text{taxi}) \leftarrow 0.7 \\ R_3 : \text{close}(\text{ritz}, \text{metro}) \leftarrow 0.9 \\ R_4 : \text{good_hotel}(x) \leftarrow @_{s4}^{\#}(@_{\text{very}}(\text{close}(x, y)), \text{cheap}(y)) \end{cases}$$

$$S^{\#} = \begin{cases} \text{metro} \sim \text{taxi} = s_1^{\#} \\ \text{taxi} \sim \text{bus} = 0.5 \\ \text{atlantis} \sim \text{ritz} = 0.6 \\ \wedge = \&_{s2}^{\#} \end{cases}$$

$$t_1 = \langle \text{good_hotel}(\text{hydropolis}), 0.7 \rangle$$

$$t_2 = \langle \text{close}(\text{atlantis}, \text{bus}), 0.3 \rangle$$

$$s_1^{\#}, s_3^{\#} \in \{0.3, 0.8\}$$

$$\&_{s2}^{\#} \in \{\&_{\text{godel}}, \&_{\text{luka}}, \&_{\text{prod}}\}$$

$$@_{s4}^{\#} \in \{@_{\text{aver}}, @_{\text{geom}}\}$$

Método de calibrado disjunto

Conjuntos disjuntos

$\langle \text{good_hotel}(\text{hydropolis}), \text{id} \rangle \rightsquigarrow^* \langle @_{s_4}^\#(0.49, s_3^\#), \text{id} \rangle$ en $\mathcal{P}^\#$

$\langle \text{close}(\text{atlantis}, \text{bus}), \text{id} \rangle \rightsquigarrow^* \langle \&_{s_2}^\#(\&_{s_2}^\#(0.6, \&_{s_2}^\#(0.5, s_1^\#)), 0.9), \text{id} \rangle$ en $\mathcal{P}^\#$

$$\mathcal{C}_1 = (\{s_3^\#, @_{s_4}^\#\}, \{\langle \text{good_hotel}(\text{hydropolis}), 0.7 \rangle\})$$

$$\mathcal{C}_2 = (\{s_1^\#, \&_{s_2}^\#\}, \{\langle \text{close}(\text{atlantis}, \text{bus}), 0.3 \rangle\})$$

$$\Downarrow \mathcal{C}_1 \dots \Downarrow \mathcal{C}_n$$

$$\mathcal{C}_1 \rightarrow \Theta_1 = \{s_3^\# \mapsto 0.8, @_{s_4}^\# \mapsto @_{\text{aver}}\}$$

$$\mathcal{C}_2 \rightarrow \Theta_2 = \{s_1^\# \mapsto 0.3, \&_{s_2}^\# \mapsto \&_{\text{godel}}\}$$

$$\Theta = \Theta_1 \cup \Theta_2 = \{s_1^\# \mapsto 0.3, \&_{s_2}^\# \mapsto \&_{\text{godel}}, s_3^\# \mapsto 0.8, @_{s_4}^\# \mapsto @_{\text{aver}}\}$$

Método de calibrado disjunto

Búsqueda

Θ_1	$s_3^\#$	$@_{s_4}^\#$	t_1	ϵ_1	ϵ_{total}
$\Theta_{1,1}$	0.3	$@_{aver}$	0.395	0.305	0.305
$\Theta_{1,2}$	0.3	$@_{geom}$	0.3834	0.3166	0.3166
$\Theta_{1,3}$	0.8	$@_{aver}$	0.645	0.055	0.055
$\Theta_{1,4}$	0.8	$@_{geom}$	0.626	0.074	0.074

Θ_2	$s_1^\#$	$\&_{s_2}^\#$	t_2	ϵ_2	ϵ_{total}
$\Theta_{2,1}$	0.3	$\&_{godel}$	0.3	0.0	0.0
$\Theta_{2,2}$	0.3	$\&_{luka}$	0.0	0.3	0.3
$\Theta_{2,3}$	0.3	$\&_{prod}$	0.081	0.219	0.219
$\Theta_{2,4}$	0.8	$\&_{godel}$	0.5	0.2	0.2
$\Theta_{2,5}$	0.8	$\&_{luka}$	0.0	0.3	0.3
$\Theta_{2,6}$	0.8	$\&_{prod}$	0.216	0.084	0.084

Calibrado basado en satisfacibilidad

- El **calibrado** es un **problema de optimización**:

$$\arg \min_{\Theta} \sum_{i=1}^n d(v_i, r_i) : \langle \mathcal{G}_i \Theta, id \rangle \rightsquigarrow^* \langle r_i, \sigma_i \rangle \text{ en } \mathcal{P}^\# \Theta, r_i \in L$$

- Una vez computadas las **s.f.c.a.** solo hay que:

- (1) **asignar valores** a las constantes simbólicas
- (2) **evaluar** **L**-expresiones

- Z3** + **SMT-LIB**

- (1) **comprobar satisfacibilidad** de fórmulas lógicas
- (2) **producir modelos** para fórmulas satisfacibles
- (3) **expresar optimización** de objetivos

Calibrado basado en satisfacibilidad

Proceso de traducción

- (1) Traducción (manual) del retículo asociado al programa de Prolog a SMT-LIB
- (2) Cálculo de las respuestas computadas difusas simbólicas de los casos de prueba
 - traducción (automática) de las s.f.c.a. a SMT-LIB
 - traducción (automática) de las precondiciones a SMT-LIB
- (3) Ejecución de Z3
 - minimizando la desviación de las s.f.c.a.
 - satisfaciendo las precondiciones
- (4) Análisis del modelo de Z3

Calibrado basado en satisfacibilidad

Ejemplo

$$\Pi^{\#} = \begin{cases} R_1 : \text{cheap}(\text{taxi}) \leftarrow s_3^{\#} \\ R_2 : \text{close}(\text{hydropolis}, \text{taxi}) \leftarrow 0.7 \\ R_3 : \text{close}(\text{ritz}, \text{metro}) \leftarrow 0.9 \\ R_4 : \text{good_hotel}(x) \leftarrow @_{s4}^{\#}(@_{\text{very}}(\text{close}(x, y)), \text{cheap}(y)) \end{cases}$$

$$S^{\#} = \begin{cases} \text{metro} \sim \text{taxi} = s_1^{\#} \\ \text{taxi} \sim \text{bus} = 0.5 \\ \text{atlantis} \sim \text{ritz} = 0.6 \\ \wedge = \&_{s2}^{\#} \end{cases}$$

$$t_1 = \langle \text{good_hotel}(\text{hydropolis}), 0.7 \rangle$$

$$t_2 = \langle \text{close}(\text{atlantis}, \text{bus}), 0.3 \rangle$$

$$s_1^{\#}, s_3^{\#} \in [0, 1]$$

$$\&_{s2}^{\#} \in \{\&_{\text{godel}}, \&_{\text{luka}}, \&_{\text{prod}}\}$$

$$@_{s4}^{\#} \in \{@_{\text{aver}}, @_{\text{geom}}\}$$

Calibrado basado en satisfacibilidad

Búsqueda

```
(model
  (define-fun sym!agr!2!s4 () String "agr_aver")
  (define-fun sym!and!2!s2 () String "and_godel")
  (define-fun sym!td!0!s1 () Real 0.3)
  (define-fun sym!td!0!s3 () Real 0.91)
  (define-fun deviation! () Real 0.0)
)
```

$$\Theta = \{s_1^\# \mapsto 0.3, \&_{s_2}^\# \mapsto \&_{godel}, s_3^\# \mapsto 0.91, @_{s_4}^\# \mapsto @_{aver}\}$$

Aplicación web

Running

Tuning

 Test cases

```
1 0.7 -> good_hotel(hydropolis).
2 0.3 -> close(atlantis, bus).
```

FASILL ▾

Tune program

Output

Symbolic substitution

```
1 best symbolic substitution: {#s4/@aver,#s3/0.8,#s2/&godel,#s1/0.3}
2 deviation: 0.05499999999999994
3 execution time: 17 milliseconds
```

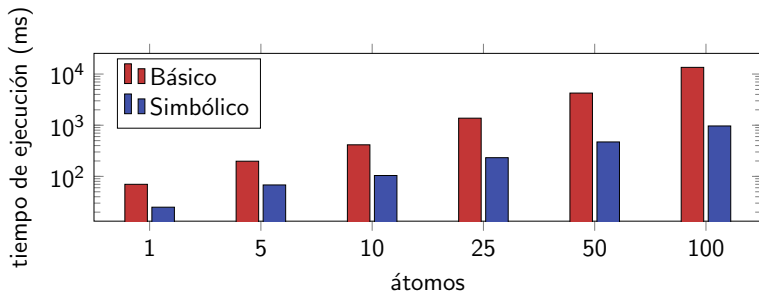
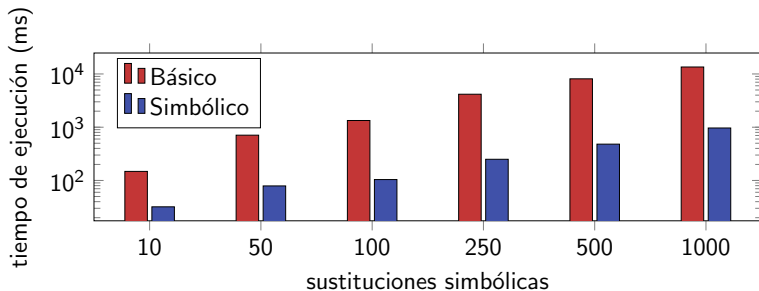
Pruebas y evaluación de rendimiento

Método de calibrado básico vs. simbólico

Calibrado	k	Tiempo (ms)					
		$10_{\ominus}$	$50_{\ominus}$	$100_{\ominus}$	$250_{\ominus}$	$500_{\ominus}$	$1000_{\ominus}$
Básico	1	1	15	15	17	35	70
	5	15	16	18	53	98	198
	10	16	23	39	98	212	414
	25	16	85	134	343	692	1373
	50	42	211	431	1029	2090	4250
	100	148	709	1337	4164	8100	13515
Simbólico	1	1	15	16	16	17	25
	5	15	16	16	16	31	68
	10	15	16	17	26	53	104
	25	15	21	31	87	151	232
	50	15	34	59	114	228	471
	100	32	79	104	250	481	967

Pruebas y evaluación de rendimiento

Método de calibrado básico vs. simbólico



Pruebas y evaluación de rendimiento

Casos de uso

(1) Verificación de circuitos digitales

- Equivalencia de circuitos combinacionales
Retículo $(\mathbb{B}, \leq)$ – Calibrado simbólico vs. Calibrado SAT

(2) Aprendizaje automático

- Entrenamiento de modelos de regresión lineal
- Entrenamiento de redes neuronales
Retículo $(\overline{\mathbb{R}}, \leq)$ – Calibrado SAT

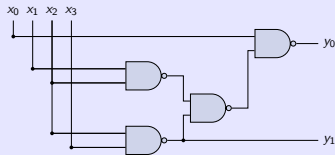
(3) La web semántica

- Generación de conjuntos difusos
- Calibrado de consultas FSA-SPARQL
Retículo $([0, 1], \leq)$ – Calibrado simbólico

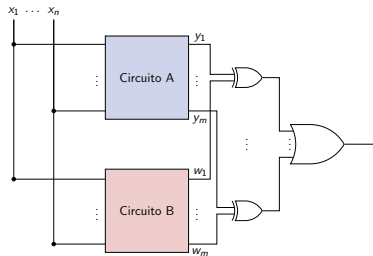
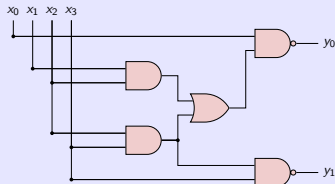
Pruebas y evaluación de rendimiento

Verificación de circuitos digitales

A



B



Pruebas y evaluación de rendimiento

Verificación de circuitos digitales

```
a([X0,X1,X2,X3], [Y0,Y1]) <-  
  @not((X0 & @not((@not((X1 & X2)) & @not((X2 & X3)))))) on Y0 &  
  @not((X2 & X3)) on Y1.
```

```
b([X0,X1,X2,X3], [Y0,Y1]) <-  
  @not((X0 & ((X1 & X2) | (X2 & X3)))) on Y0 &  
  @not(((X2 & X3) & X3)) on Y1.
```

```
miter(Ca, Cb, Xs) <-  
  call(Ca, Xs, Ys) &  
  call(Cb, Xs, Ws) &  
  zip_xor(Ys, Ws, XOR) &  
  fold_or(XOR, OR) &  
  OR.
```

$$\langle \textit{miter}(C_A, C_B, [x_1^\#, \dots, x_m^\#]), 1 \rangle$$

Pruebas y evaluación de rendimiento

Verificación de circuitos digitales

# entradas	Tiempo (ms)	
	Simbólico	Satisfacibilidad
4	45	36
5	930	37
6	2260	40
7	5670	41
8	12200	42
9	29340	43
10	65480	45

Pruebas y evaluación de rendimiento

Aprendizaje automático

- **Aprendizaje supervisado** $\Rightarrow$ **Deducir** una **función** a partir de **datos** de entrenamiento
 - Regresión lineal
 - Redes neuronales
 - Clasificadores bayesianos ingenuos
 - Árboles de decisión
 - ...
- **Regresión lineal** $\Rightarrow$ **Aproximar** relación de **dependencia** entre una variable dependiente y y las variables independientes x_i

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \dots + \beta_n x_n + \epsilon$$

Pruebas y evaluación de rendimiento

Aprendizaje automático

```
chirps(Temperature) <- #b0 |add @mul(#b1, Temperature).
```

Temp.	Ruido
20.00	88.59
16.00	71.59
19.79	93.30
18.39	84.30
17.10	80.59
15.50	75.19
14.69	69.69
17.10	82.00
15.39	69.40
16.20	83.30
15.00	79.59
17.20	82.59
16.00	80.59
17.00	83.50
14.39	76.30

$\langle \text{chirps}(20.00), 88.59 \rangle$

$\langle \text{chirps}(16.00), 71.59 \rangle$

$\langle \text{chirps}(19.79), 93.30 \rangle$

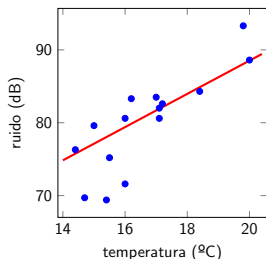
$\langle \text{chirps}(18.39), 84.30 \rangle$

$\langle \text{chirps}(17.10), 80.59 \rangle$

$\vdots$

$\langle \text{chirps}(14.39), 76.30 \rangle$

$$\Theta = \{b_0^\# \mapsto 42.92, b_1^\# \mapsto 2.28\}$$

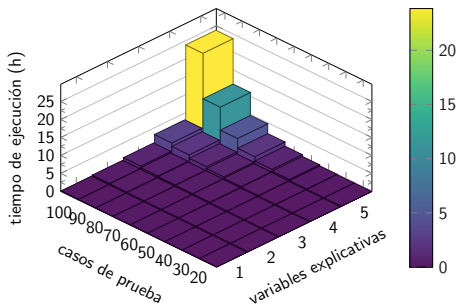


$$y = 42.92 + 2.28x$$

Pruebas y evaluación de rendimiento

Aprendizaje automático

k	Tiempo (s)				
	1_x	2_x	3_x	4_x	5_x
20	0.35	1.55	6.27	11.38	33.48
30	2.22	6.45	27.05	49.40	72.34
40	6.01	25.32	107.68	165.52	378.15
50	14.04	43.60	184.35	583.45	1547.56
60	29.80	150.85	619.22	1094.20	3319.37
70	40.30	213.32	794.55	2452.84	7532.63
80	51.08	311.07	1058.35	4261.00	17317.25
90	106.15	625.05	1658.60	7688.81	40313.90
100	215.10	874.47	3189.72	11204.84	85873.49



Pruebas y evaluación de rendimiento

La web semántica

- **Web semántica** $\Rightarrow$ **Tecnologías** para publicación y consulta de **datos legibles** por **aplicaciones**
 - **RDF** $\Rightarrow$ **Modelo de datos** para expresar declaraciones utilizando **tuplas** (*sujeto*, *predicado*, *valor*)
 - **SPARQL** $\Rightarrow$ **Lenguaje de consulta** de **RDF**

```
SELECT DISTINCT ?name ?batting ?homeruns ?runs WHERE {  
    ?player rdf:type dbo:BaseballPlayer .  
    ?player foaf:name ?name .  
    ?player dbo:team ?team .  
    ?player dbo:position ?position .  
    ?player dbp:stat1value ?batting .  
    ?player dbp:stat2value ?homeruns .  
    ?player dbp:stat3value ?runs .  
    FILTER(?team = dbr:Toronto_Blue_Jays  
           && ?position != dbr:Pitcher  
           && ?position != dbr:Coach_(baseball)) .  
} ORDER BY ASC(?name)
```

Pruebas y evaluación de rendimiento

La web semántica

Nombre	Media de bateo	Jonrones	Carreras impulsadas
Aledmys Díaz	0.271	62	231
Alejandro Kirk	0.259	9	27
Billy McKinney	0.215	27	68
Bo Bichette	0.301	45	146
Casey Candaele	0.25	11	139
Cavan Biggio	0.235	31	103
Charlie Montoyo	0.4	0	3
Danny Jansen	0.212	33	99
Dante Bichette	0.299	274	1141
Dave Hudgens	0.143	0	0
Derek Fisher	0.195	17	53
George Springer	0.269	196	508
Jesús Figueroa	0.253	1	11
Joshua Palacios	0.2	0	4
Lourdes Gurriel Jr.	0.282	63	202
Luis Rivera	0.233	28	209
Mallex Smith	0.255	13	114
Mark Budzinski	0	0	0
Mike Ohlman	0.231	3	0
Nevin Ashley	0.1	0	1
Otto Lopez	0	0	0
Randal Grichuk	0.245	156	439
Reese McGuire	0.248	9	26
Sal Butera	0.227	8	76
Santiago Espinal	0.301	2	23
Teoscar Hernández	0.26	108	303
Vladimir Guerrero Jr.	0.289	72	213

Pruebas y evaluación de rendimiento

La web semántica

- **FSA-SPARQL** $\Rightarrow$ Extensión difusa de SPARQL
 - predicados difusos
 - grados de verdad
 - conectivas difusas

```
PREFIX sn:<http://sn.org#>
PREFIX f:<http://www.fuzzy.org#>
PREFIX l:<http://www.lattice.org#>
SELECT ?name ?rank WHERE {
    sn:root sn:list ?player .
    ?player sn:name ?name .
    ?player f:type (sn:batting f:high ?batting) .
    ?player f:type (sn:runs f:high ?runs) .
    BIND(l:WMEAN(0.5, l:VERY(?batting), ?runs) as ?rank) .
    FILTER(?rank > 0.6) .
}
```

Pruebas y evaluación de rendimiento

La web semántica

Nombre	Rango
Dante Bichette	0.9950125
George Springer	0.8570125
Randal Grichuk	0.7628125
Vladimir Guerrero Jr.	0.7265300
Teoscar Hernández	0.7183347
Bo Bichette	0.6919368
Lourdes Gurriel Jr.	0.6796065
Aledmys Díaz	0.6691934

Pruebas y evaluación de rendimiento

La web semántica



https://jariaza.es/files/toronto_blue_jays.php

URL to data

☒ JSON ☐ OWL

Load data

Data loaded correctly. Show data

```
rdf('http://sn.org#root','http://sn.org#list','http://sn.org#root&26').  
rdf('http://sn.org#root&26','http://sn.org#name','Vladimir Guerrero Jr.').  
rdf('http://sn.org#root&26','http://sn.org#batting',^^('0.289','http://www.w3.org  
/2001/XMLSchema#double')).  
rdf('http://sn.org#root&26','http://sn.org#homeruns',^^('72','http://www.w3.org  
/2001/XMLSchema#integer')).  
rdf('http://sn.org#root&26','http://sn.org#runs',^^('213','http://www.w3.org  
/2001/XMLSchema#integer')).
```

Pruebas y evaluación de rendimiento

La web semántica

? FSA-SPARQL Query

```
1 PREFIX sn:<http://sn.org#>
2 PREFIX f:<http://www.fuzzy.org#>
3 PREFIX l:<http://www.lattice.org#>
4 SELECT ?name ?rank WHERE {
5     sn:root sn:list ?player .
6     ?player sn:name ?name .
7     ?player f:type (sn:batting f:high ?batting) .
8     ?player f:type (sn:runs f:high ?runs) .
9     BIND(l:WMEAN(0.5, l:VERY(?batting), ?runs) as ?rank) .
10    FILTER(?rank > 0.6) .
11 }
```

 Fuzzy attributes

 Fuzzy operators

 Run query

2 fuzzy attributes found.

 Search fuzzy attributes again

 Import/Export fuzzy attributes

<http://sn.org#batting>

<http://sn.org#runs>

Pruebas y evaluación de rendimiento

La web semántica

0.235^{^^}<http://www.w3.org/2001/XMLSchema> v

Name Value

0.3 0.9 0.4

Truth degree (low) Truth degree (medium) Truth degree (high)

+ Add testcases

Test cases

Name	Value	Low	Medium	High	Actions
0.4 ^{^^} http://www.w3.org/2001/XMLSchema#double	0.4	0	0.2	0.9	Remove
0.235 ^{^^} http://www.w3.org/2001/XMLSchema#double	0.235	0.3	0.9	0.4	Remove
0 ^{^^} http://www.w3.org/2001/XMLSchema#integer	0	1	0.1	0	Remove

5 members between 0 and 0.4

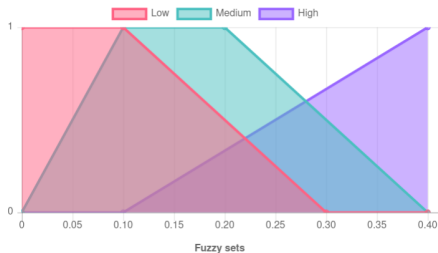
↓ Tune <http://sn.org#batting>

Pruebas y evaluación de rendimiento

La web semántica

🔍 Fuzzy sets

Execution time: **343 milliseconds!**



Pruebas y evaluación de rendimiento

La web semántica

 Fuzzy attributes

 Fuzzy operators

 Run query

3 answers found.  Run query again

'Dante Bichette'	0.99005
'George Springer'	0.6832734881682736
'Bo Bichette'	0.6279579316389132

Pruebas y evaluación de rendimiento

La web semántica

? FSA-SPARQL Query

```
1 PREFIX sn:<http://sn.org#>
2 PREFIX f:<http://www.fuzzy.org#>
3 PREFIX l:<http://www.lattice.org#>
4 SELECT ?name ?rank WHERE {
5     sn:root sn:list ?player .
6     ?player sn:name ?name .
7     ?player f:type (sn:batting f:high ?batting) .
8     ?player f:type (sn:runs f:high ?runs) .
9     BIND(l:WMEAN('#s', l:APP('#@f', ?batting), ?runs) as ?rank) .
10    FILTER(?rank > 0.6) .
11 }
```

 Fuzzy attributes

 Fuzzy operators

 Run query

27 test cases found.  Search testcases again

Pruebas y evaluación de rendimiento

La web semántica

Bo Bichette | wmean(#s1,1^^htt(...)LSchema#decimal)

'Bo Bichette'

☐ Use as truth degree ☒ Include parameter #1

wmean(#s1,1^^http://www.w3.org/2001/XMLSchema#decimal',0.25591586327782645^^http:/

☒ Use as truth degree

0.9

+ Add testcases

Truth degree

Test cases

Parameter #1	Parameter #2	Value	Actions
'Vladimir Guerrero Jr.'	TD	0.9	 Remove
'Bo Bichette'	TD	0.9	 Remove
'Cavan Biggio'	TD	0.2	 Remove

Pruebas y evaluación de rendimiento

La web semántica

🔍 Fuzzy operators

Execution time: **3505 milliseconds!**

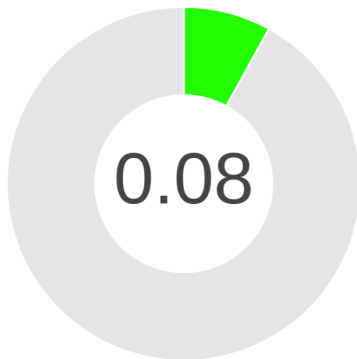
#@f

@more_or_less

#s

0.9

↔ Apply symbolic substitution



Average absolute deviation

Pruebas y evaluación de rendimiento

La web semántica

```
9      BIND(1:WMEAN(0.9, 1:MORE_OR_LESS(?batting), ?runs) as ?rank) .  
10     FILTER(?rank > 0.6) .  
11 }
```

 Fuzzy attributes

 Fuzzy operators

 Run query

15 answers found.  Run query again

'Dante Bichette'	0.9954886933959579
'Bo Bichette'	0.9255915863277827
'Santiago Espinal'	0.9040315512708151
'Charlie Montoyo'	0.9005258545135846
'Vladimir Guerrero Jr.'	0.8863939723495992

Índice

Fundamentos

El lenguaje FASILL

La extensión simbólica sFASILL

Calibrado de programas lógicos difusos

Despliegado de programas lógicos difusos

Conclusiones y trabajo futuro

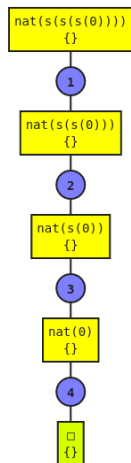
Desplegado de programas lógicos

 Ejemplo

$$\Pi = \begin{cases} C_1 : \textit{nat}(0) \\ C_2 : \textit{nat}(s(x)) \leftarrow \textit{nat}(x) \end{cases}$$

$$\Pi' = \begin{cases} C_1 : \textit{nat}(0) \\ C_2 : \textit{nat}(s(0)) \\ C_3 : \textit{nat}(s(s(x))) \leftarrow \textit{nat}(x) \end{cases}$$

Desplegado de programas lógicos

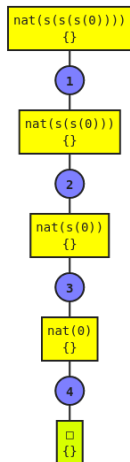


👁 Ejemplo

$$\Pi = \begin{cases} C_1 : \text{nat}(0) \\ C_2 : \text{nat}(s(x)) \leftarrow \text{nat}(x) \end{cases}$$

$$\Pi' = \begin{cases} C_1 : \text{nat}(0) \\ C_2 : \text{nat}(s(0)) \\ C_3 : \text{nat}(s(s(x))) \leftarrow \text{nat}(x) \end{cases}$$

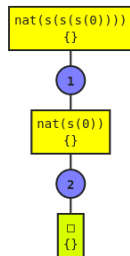
Desplegado de programas lógicos



👁 Ejemplo

$$\Pi = \begin{cases} C_1 : \text{nat}(0) \\ C_2 : \text{nat}(s(x)) \leftarrow \text{nat}(x) \end{cases}$$

$$\Pi' = \begin{cases} C_1 : \text{nat}(0) \\ C_2 : \text{nat}(s(0)) \\ C_3 : \text{nat}(s(s(x))) \leftarrow \text{nat}(x) \end{cases}$$



Desplegado de programas lógicos difusos



Definición

Sea $\mathcal{P} = \langle \Pi, \mathcal{R}, L \rangle$ un programa FASILL. Dada una regla $R : (H \leftarrow B) \in \Pi$ con un cuerpo no vacío, el **desplegado** de R en el programa $\mathcal{P}$ es el nuevo programa $\mathcal{P}' = \langle \Pi', \mathcal{R}, L \rangle$, donde $\Pi' = (\Pi - \{R\}) \cup \{H\sigma \leftarrow B' \mid \langle B, id \rangle \rightsquigarrow \langle B', \sigma \rangle\}$.

Desplegado de programas lógicos difusos

Paso de despliegado

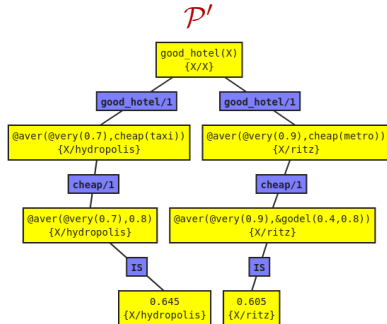
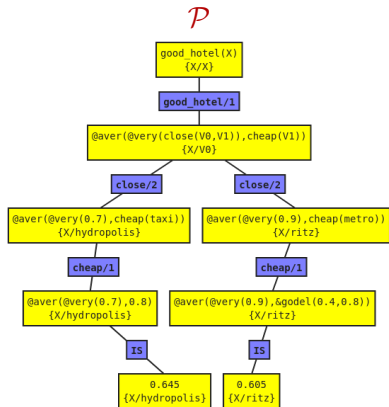
 Ejemplo

$$\Pi \left\{ \begin{array}{l} R_1 : \text{cheap}(\text{taxi}) \leftarrow 0.8 \\ R_2 : \text{close}(\text{hydropolis}, \text{taxi}) \leftarrow 0.7 \\ R_3 : \text{close}(\text{ritz}, \text{metro}) \leftarrow 0.9 \\ R_4 : \text{good_hotel}(x) \leftarrow @_{\text{aver}}(@_{\text{very}}(\text{close}(x, y)), \text{cheap}(y)) \end{array} \right.$$

$$\Pi' \left\{ \begin{array}{l} R_1 : \text{cheap}(\text{taxi}) \leftarrow 0.8 \\ R_2 : \text{close}(\text{hydropolis}, \text{taxi}) \leftarrow 0.7 \\ R_3 : \text{close}(\text{ritz}, \text{metro}) \leftarrow 0.9 \\ R_4 : \text{good_hotel}(\text{hydropolis}) \leftarrow @_{\text{aver}}(@_{\text{very}}(0.7), \text{cheap}(\text{taxi})) \\ R_5 : \text{good_hotel}(\text{ritz}) \leftarrow @_{\text{aver}}(@_{\text{very}}(0.9), \text{cheap}(\text{metro})) \end{array} \right.$$

Desplegado de programas lógicos difusos

Árboles de derivación



Desplegado de programas lógicos difusos

Propiedades fundamentales

Corrección y completitud

Igualdad sintáctica de las respuestas computadas en $\mathcal{P}$ y $\mathcal{P}'$

- Corrección $\Rightarrow$ f.c.a. en $\mathcal{P}'$ es f.c.a. en $\mathcal{P}$
- Completitud $\Rightarrow$ f.c.a. en $\mathcal{P}$ es f.c.a. en $\mathcal{P}'$
- Eficiencia

Desplegado de programas lógicos difusos

Propiedades fundamentales

Corrección y completitud

Igualdad sintáctica de las respuestas computadas en $\mathcal{P}$ y $\mathcal{P}'$

- ✗ Corrección $\Rightarrow$ relaciones de similitud
- ✗ Completitud $\Rightarrow$ pasos de fallo
- ✓ Eficiencia $\Rightarrow$ derivaciones más cortas

Problemas de corrección y completitud

Relaciones de similitud

$$\Pi = \begin{cases} R_1 : \text{cheap}(\text{taxi}) \leftarrow 0.8 \\ R_2 : \text{close}(\text{hydropolis}, \text{taxi}) \leftarrow 0.7 \\ R_3 : \text{close}(\text{ritz}, \text{metro}) \leftarrow 0.9 \\ R_4 : \text{good_hotel}(x) \leftarrow @_{\text{aver}}(@_{\text{very}}(\text{close}(x, y)), \text{cheap}(y)) \end{cases}$$

$$S = \begin{cases} \text{metro} \sim \text{bus} = 0.5 \\ \text{bus} \sim \text{taxi} = 0.4 \\ \text{atlantis} \sim \text{ritz} = 0.6 \\ \wedge = \&_{\text{godel}} \end{cases}$$

$$\leftarrow \text{good_hotel}(\text{atlantis})$$

$$\langle \text{good_hotel}(\text{atlantis}), id \rangle \rightsquigarrow_{SS}^{R_4}$$

$$\langle @_{\text{aver}}(@_{\text{very}}(\text{close}(\text{atlantis}, y_1)), \text{cheap}(y_1)), id \rangle \rightsquigarrow_{SS}^{R_3}$$

$$\langle @_{\text{aver}}(@_{\text{very}}(\&_{\text{godel}}(0.6, 0.9)), \text{cheap}(\text{metro})), \{y_1 \mapsto \text{metro}\} \rangle \rightsquigarrow_{SS}^{R_1}$$

$$\langle @_{\text{aver}}(@_{\text{very}}(\&_{\text{godel}}(0.6, 0.9)), \&_{\text{godel}}(0.4, 0.8)), \{y_1 \mapsto \text{metro}\} \rangle \rightsquigarrow_{IS}^*$$

$$\langle 0.38, \{y_1 \mapsto \text{metro}\} \rangle$$

$$\langle 0.38, id \rangle$$

Problemas de corrección y completitud

Relaciones de similitud

$$\Pi' = \left\{ \begin{array}{l} R_1 : \text{cheap}(\text{taxi}) \leftarrow 0.8 \\ R_2 : \text{close}(\text{hydropolis}, \text{taxi}) \leftarrow 0.7 \\ R_3 : \text{close}(\text{ritz}, \text{metro}) \leftarrow 0.9 \\ R_4 : \text{good_hotel}(\text{hydropolis}) \leftarrow @_{\text{aver}}(@_{\text{very}}(0.7), \text{cheap}(\text{taxi})) \\ R_5 : \text{good_hotel}(\text{ritz}) \leftarrow @_{\text{aver}}(@_{\text{very}}(0.9), \text{cheap}(\text{metro})) \end{array} \right.$$

$$\mathcal{S} = \left\{ \begin{array}{l} \text{metro} \sim \text{bus} = 0.5 \\ \text{bus} \sim \text{taxi} = 0.4 \\ \text{atlantis} \sim \text{ritz} = 0.6 \\ \wedge = \&_{\text{godel}} \end{array} \right.$$

$$\leftarrow \text{good_hotel}(\text{atlantis})$$

$$\langle \underline{\text{good_hotel}(\text{atlantis})}, id \rangle \rightsquigarrow_{SS}^{R_5}$$

$$\langle \&_{\text{godel}}(\boxed{0.6}, @_{\text{aver}}(@_{\text{very}}(0.9), \underline{\text{cheap}(\text{metro})})), id \rangle \rightsquigarrow_{SS}^{R_1}$$

$$\langle \underline{\&_{\text{godel}}(\boxed{0.6}, @_{\text{aver}}(@_{\text{very}}(0.9), \&_{\text{godel}}(0.4, 0.8)))}, id \rangle \rightsquigarrow_{IS}^*$$

$$\langle 0.6, id \rangle$$

$$\langle 0.6, id \rangle$$

Problemas de corrección y completitud

Relaciones de similitud (múltiples ocurrencias)

$$\Pi = \begin{cases} R_1 : \text{cheap}(\text{taxi}) \leftarrow 0.8 \\ R_2 : \text{very_cheap}(x) \leftarrow \text{cheap}(x) \ \&_{\text{prod}} \ \text{cheap}(x) \end{cases}$$

$$S = \begin{cases} \text{metro} \sim \text{bus} = 0.5 \\ \text{bus} \sim \text{taxi} = 0.4 \\ \text{atlantis} \sim \text{ritz} = 0.6 \\ \wedge = \&_{\text{godel}} \end{cases}$$

$\leftarrow \text{very_cheap}(\text{bus})$

$$\langle \underline{\text{very_cheap}(\text{bus})}, id \rangle \rightsquigarrow_{SS}^{R_2}$$

$$\langle \underline{\text{cheap}(\text{bus})} \ \&_{\text{prod}} \ \text{cheap}(\text{bus}), id \rangle \rightsquigarrow_{SS}^{R_1}$$

$$\langle \&_{\text{godel}}(\boxed{0.4}, 0.8) \ \&_{\text{prod}} \ \underline{\text{cheap}(\text{bus})}, id \rangle \rightsquigarrow_{SS}^{R_1}$$

$$\langle \underline{\&_{\text{godel}}(\boxed{0.4}, 0.8) \ \&_{\text{prod}} \ \&_{\text{godel}}(\boxed{0.4}, 0.8)}, id \rangle \rightsquigarrow_{IS}^*$$

$$\langle 0.16, id \rangle$$

$$\langle 0.16, id \rangle$$

Problemas de corrección y completitud

Relaciones de similitud (múltiples ocurrencias)

$$\Pi' = \begin{cases} R_1 : \text{cheap}(\text{taxi}) \leftarrow 0.8 \\ R_2 : \text{very_cheap}(\text{taxi}) \leftarrow 0.8 \ \&_{\text{prod}} \ \text{cheap}(\text{taxi}) \end{cases}$$

$$S = \begin{cases} \text{metro} \sim \text{bus} = 0.5 \\ \text{bus} \sim \text{taxi} = 0.4 \\ \text{atlantis} \sim \text{ritz} = 0.6 \\ \wedge = \&_{\text{godel}} \end{cases}$$

$\leftarrow \text{very_cheap}(\text{bus})$

$$\langle \text{very_cheap}(\text{bus}), id \rangle \rightsquigarrow_{SS}^{R_2}$$

$$\langle \&_{\text{godel}}(0.4, 0.8 \ \&_{\text{prod}} \ \text{cheap}(\text{taxi})), id \rangle \rightsquigarrow_{SS}^{R_1}$$

$$\langle \&_{\text{godel}}(0.4, 0.8 \ \&_{\text{prod}} \ 0.8), id \rangle \rightsquigarrow_{IS}^*$$

$$\langle 0.4, id \rangle$$

$$\langle 0.4, id \rangle$$

Problemas de corrección y completitud

Términos límite



Definición

Sea $\mathcal{P} = \langle \Pi, \mathcal{R}, L \rangle$ un programa FASILL sobre un alfabeto Σ . Un **término límite** se define inductivamente conforme a las siguientes reglas:

- (1) Toda variable es un término límite.
- (2) Si $f^n(t_1, \dots, t_n)$ es un término tal que para cualquier símbolo n -ario $g^n \in \Sigma$, $\mathcal{R}(f^n, g^n) = \perp$ o $\mathcal{R}(f^n, g^n) = \top$, y $t_1, \dots, t_n$ son términos límite, entonces $f^n(t_1, \dots, t_n)$ también lo es.

Sea θ una sustitución. θ es una **sustitución límite** si y solo si para todo término $t \in \text{ran}(\theta)$, t es un término límite.

Problemas de corrección y completitud

Condición de similitud límite



Definición

Sea $\mathcal{P} = \langle \Pi, \mathcal{R}, L \rangle$ un programa FASILL, $R : (H \leftarrow B) \in \mathcal{P}$ una regla del programa y $\mathcal{P}' = \langle \Pi', \mathcal{R}, L \rangle$ el programa FASILL transformado tras el despliegado de la regla R en el programa $\mathcal{P}$: $\Pi' = (\Pi - \{R\}) \cup \{H\sigma \leftarrow B' \mid \langle B, id \rangle \rightsquigarrow \langle B', \sigma \rangle\}$. Decimos que la regla R verifica la **condición de similitud límite** si y solo si toda sustitución σ verifica que $\sigma[\text{vars}(H)]$ es una sustitución límite.

Problemas de corrección y completitud

Condición de similitud límite

$$\Pi = \begin{cases} R_1 : \text{cheap}(\text{taxi}) \leftarrow 0.8 \\ R_2 : \text{close}(\text{hydropolis}, \text{taxi}) \leftarrow 0.7 \\ R_3 : \text{close}(\text{ritz}, \text{metro}) \leftarrow 0.9 \\ R_4 : \text{good_hotel}(x) \leftarrow @_{\text{aver}}(@_{\text{very}}(\text{close}(x, y)), \text{cheap}(y)) \end{cases}$$

$$\mathcal{S} = \begin{cases} \text{metro} \sim \text{bus} = 0.5 \\ \text{bus} \sim \text{taxi} = 0.4 \\ \text{atlantis} \sim \text{ritz} = 1 \\ \wedge = \&_{\text{godel}} \end{cases}$$

$$\leftarrow \text{good_hotel}(\text{atlantis})$$

$$\begin{aligned} &\langle \text{good_hotel}(\text{atlantis}), id \rangle && \rightsquigarrow_{SS}^{R_4} \\ &\langle @_{\text{aver}}(@_{\text{very}}(\text{close}(\text{atlantis}, y_1)), \text{cheap}(y_1)), id \rangle && \rightsquigarrow_{SS}^{R_3} \\ &\langle @_{\text{aver}}(@_{\text{very}}(\&_{\text{godel}}(1, 0.9)), \text{cheap}(\text{metro})), \{y_1 \mapsto \text{metro}\} \rangle && \rightsquigarrow_{SS}^{R_1} \\ &\langle @_{\text{aver}}(@_{\text{very}}(\&_{\text{godel}}(1, 0.9)), \&_{\text{godel}}(0.4, 0.8)), \{y_1 \mapsto \text{metro}\} \rangle && \rightsquigarrow_{IS}^* \\ &\langle 0.605, \{y_1 \mapsto \text{metro}\} \rangle \end{aligned}$$

$$\langle 0.605, id \rangle$$

Problemas de corrección y completitud

Condición de similitud límite

$$\Pi' = \left\{ \begin{array}{l} R_1 : \text{cheap}(\text{taxi}) \leftarrow 0.8 \\ R_2 : \text{close}(\text{hydropolis}, \text{taxi}) \leftarrow 0.7 \\ R_3 : \text{close}(\text{ritz}, \text{metro}) \leftarrow 0.9 \\ R_4 : \text{good_hotel}(\text{hydropolis}) \leftarrow @_{\text{aver}}(@_{\text{very}}(0.7), \text{cheap}(\text{taxi})) \\ R_5 : \text{good_hotel}(\text{ritz}) \leftarrow @_{\text{aver}}(@_{\text{very}}(0.9), \text{cheap}(\text{metro})) \end{array} \right.$$

$$\mathcal{S} = \left\{ \begin{array}{l} \text{metro} \sim \text{bus} = 0.5 \\ \text{bus} \sim \text{taxi} = 0.4 \\ \text{atlantis} \sim \text{ritz} = 1 \\ \wedge = \&_{\text{godel}} \end{array} \right.$$

$$\leftarrow \text{good_hotel}(\text{atlantis})$$

$$\langle \text{good_hotel}(\text{atlantis}), \text{id} \rangle \rightsquigarrow_{SS}^{R_5}$$

$$\langle \&_{\text{godel}}(1, @_{\text{aver}}(@_{\text{very}}(0.9), \text{cheap}(\text{metro}))), \text{id} \rangle \rightsquigarrow_{SS}^{R_1}$$

$$\langle \&_{\text{godel}}(1, @_{\text{aver}}(@_{\text{very}}(0.9), \&_{\text{godel}}(0.4, 0.8))), \text{id} \rangle \rightsquigarrow_{IS}^*$$

$$\langle 0.605, \text{id} \rangle$$

$$\langle 0.605, \text{id} \rangle$$

Problemas de corrección y completitud

Pasos de fallo

$$\Pi = \begin{cases} R_1 : \text{cheap}(\text{taxi}) \leftarrow 0.8 \\ R_2 : \text{close}(\text{hydropolis}, \text{taxi}) \leftarrow 0.7 \\ R_3 : \text{close}(\text{ritz}, \text{metro}) \leftarrow 0.9 \\ R_4 : \text{good_hotel}(x) \leftarrow @_{\text{aver}}(@_{\text{very}}(\text{close}(x, y)), \text{cheap}(y)) \end{cases}$$

$$\mathcal{S} = \begin{cases} \text{metro} \sim \text{bus} = 0.5 \\ \text{bus} \sim \text{taxi} = 0.4 \\ \text{atlantis} \sim \text{ritz} = 0.6 \\ \wedge = \&_{\text{godel}} \end{cases}$$

$\leftarrow \text{good_hotel}(\text{senator})$

$\langle \text{good_hotel}(\text{senator}), id \rangle \rightsquigarrow_{SS}^{R_4}$

$\langle @_{\text{aver}}(@_{\text{very}}(\text{close}(\text{senator}, y_1)), \text{cheap}(y_1)), id \rangle \rightsquigarrow_{FS}$

$\langle @_{\text{aver}}(@_{\text{very}}(0), \text{cheap}(y_1)), id \rangle \rightsquigarrow_{SS}^{R_1}$

$\langle @_{\text{aver}}(@_{\text{very}}(0), 0.8), \{y_1 \mapsto \text{taxi}\} \rangle \rightsquigarrow_{IS}^*$

$\langle 0.4, \{y_1 \mapsto \text{taxi}\} \rangle$

$\langle 0.4, id \rangle$

Problemas de corrección y completitud

Pasos de fallo

$$\Pi' = \left\{ \begin{array}{l} R_1 : \text{cheap}(\text{taxi}) \leftarrow 0.8 \\ R_2 : \text{close}(\text{hydropolis}, \text{taxi}) \leftarrow 0.7 \\ R_3 : \text{close}(\text{ritz}, \text{metro}) \leftarrow 0.9 \\ R_4 : \text{good_hotel}(\text{hydropolis}) \leftarrow @_{\text{aver}}(@_{\text{very}}(0.7), \text{cheap}(\text{taxi})) \\ R_5 : \text{good_hotel}(\text{ritz}) \leftarrow @_{\text{aver}}(@_{\text{very}}(0.9), \text{cheap}(\text{metro})) \end{array} \right.$$

$$\mathcal{S} = \left\{ \begin{array}{l} \text{metro} \sim \text{bus} = 0.5 \\ \text{bus} \sim \text{taxi} = 0.4 \\ \text{atlantis} \sim \text{ritz} = 0.6 \\ \wedge = \&_{\text{godel}} \end{array} \right.$$

$\leftarrow \text{good_hotel}(\text{senator})$

$\langle \text{good_hotel}(\text{senator}), id \rangle \rightsquigarrow_{FS}$

$\langle 0, id \rangle$

$\langle 0, id \rangle$

Problemas de corrección y completitud

Condición de preservación de cabezas



Definición

Sea $\mathcal{P} = \langle \Pi, \mathcal{R}, L \rangle$ un programa FASILL, $R : (H \leftarrow B) \in \mathcal{P}$ una regla del programa y $\mathcal{P}' = \langle \Pi', \mathcal{R}, L \rangle$ el programa FASILL transformado tras el despliegado de la regla R en el programa $\mathcal{P}$: $\Pi' = (\Pi - \{R\}) \cup \{H\sigma \leftarrow B' \mid \langle B, id \rangle \rightsquigarrow \langle B', \sigma \rangle\}$. Decimos que la regla R verifica la **condición de preservación de cabezas** si y solo si toda cabeza $H\sigma$ coincide (hasta renombramiento de variables) con H .

Problemas de corrección y completitud

Condición de preservación de cabezas

$$\Pi = \begin{cases} R_1 : \text{cheap}(\text{taxi}) \leftarrow 0.8 \\ R_2 : \text{close}(\text{hydropolis}, \text{taxi}) \leftarrow 0.7 \\ R_3 : \text{close}(\text{ritz}, \text{metro}) \leftarrow 0.9 \\ R_4 : \text{good_hotel}(x) \leftarrow @_{\text{aver}}(\text{cheap}(y), @_{\text{very}}(\text{close}(x, y))) \end{cases}$$

$$\mathcal{S} = \begin{cases} \text{metro} \sim \text{bus} = 0.5 \\ \text{bus} \sim \text{taxi} = 0.4 \\ \text{atlantis} \sim \text{ritz} = 0.6 \\ \wedge = \&_{\text{godel}} \end{cases}$$

$\leftarrow \text{good_hotel}(\text{senator})$

$$\begin{aligned} \langle \text{good_hotel}(\text{senator}), id \rangle & \rightsquigarrow_{SS}^{R_4} \\ \langle @_{\text{aver}}(\text{cheap}(y_1), @_{\text{very}}(\text{close}(\text{senator}, y_1))), id \rangle & \rightsquigarrow_{SS}^{R_1} \\ \langle @_{\text{aver}}(0.8, @_{\text{very}}(\text{close}(\text{senator}, \text{taxi}))), \{y_1 \mapsto \text{taxi}\} \rangle & \rightsquigarrow_{FS} \\ \langle @_{\text{aver}}(0.8, @_{\text{very}}(0)), \{y_1 \mapsto \text{taxi}\} \rangle & \rightsquigarrow_{IS}^* \\ \langle 0.4, \{y_1 \mapsto \text{taxi}\} \rangle & \end{aligned}$$

$$\langle 0.4, id \rangle$$

Problemas de corrección y completitud

Condición de preservación de cabezas

$$\Pi' = \begin{cases} R_1 : \text{cheap}(\text{taxi}) \leftarrow 0.8 \\ R_2 : \text{close}(\text{hydropolis}, \text{taxi}) \leftarrow 0.7 \\ R_3 : \text{close}(\text{ritz}, \text{metro}) \leftarrow 0.9 \\ R_4 : \text{good_hotel}(x) \leftarrow @_{\text{aver}}(0.8, @_{\text{very}}(\text{close}(x, \text{taxi}))) \end{cases}$$

$$\mathcal{S} = \begin{cases} \text{metro} \sim \text{bus} = 0.5 \\ \text{bus} \sim \text{taxi} = 0.4 \\ \text{atlantis} \sim \text{ritz} = 0.6 \\ \wedge = \&_{\text{godel}} \end{cases}$$

$\leftarrow \text{good_hotel}(\text{senator})$

$$\begin{aligned} \langle \text{good_hotel}(\text{senator}), id \rangle & \rightsquigarrow_{SS}^{R_4} \\ \langle @_{\text{aver}}(0.8, @_{\text{very}}(\text{close}(\text{senator}, \text{taxi}))), id \rangle & \rightsquigarrow_{FS} \\ \langle @_{\text{aver}}(0.8, @_{\text{very}}(0)), id \rangle & \rightsquigarrow_{IS}^* \\ \langle 0.4, id \rangle & \end{aligned}$$

$$\langle 0.4, id \rangle$$

Problemas de corrección y completitud

Condición de preservación de cabezas

 Ejemplo

$$\Pi = \begin{cases} C_1 : \text{nat}(0) \\ C_2 : \text{nat}(s(x)) \leftarrow \text{nat}(x) \end{cases}$$

$$\Pi' = \begin{cases} C_1 : \text{nat}(0) \\ C_2 : \text{nat}(s(0)) \\ C_3 : \text{nat}(s(s(x))) \leftarrow \text{nat}(x) \end{cases}$$

Problemas de corrección y completitud

Condición de anulación del cuerpo



Definición

Sea $\mathcal{P} = \langle \Pi, \mathcal{R}, L \rangle$ un programa FASILL, $R : (H \leftarrow B) \in \mathcal{P}$ una regla del programa. Decimos que R verifica la **condición de anulación del cuerpo** si, para toda derivación $\mathcal{D}$ posible para el objetivo $\mathcal{G} = B[A/\perp]$ en $\mathcal{P}$, tenemos que $\mathcal{D} : \langle B[A/\perp], id \rangle \rightsquigarrow^* \langle \perp, \sigma \rangle$ y $H\sigma$ coincide (hasta renombramiento de variables) con H .

Problemas de corrección y completitud

Condición de anulación del cuerpo

$$\Pi = \begin{cases} R_1 : \text{cheap}(\text{taxi}) \leftarrow 0.8 \\ R_2 : \text{close}(\text{hydropolis}, \text{taxi}) \leftarrow 0.7 \\ R_3 : \text{close}(\text{ritz}, \text{metro}) \leftarrow 0.9 \\ R_4 : \text{good_hotel}(x) \leftarrow \&_{\text{godel}}(\text{@}_{\text{very}}(\text{close}(x, y)), \text{cheap}(y)) \end{cases}$$

$$\mathcal{S} = \begin{cases} \text{metro} \sim \text{bus} = 0.5 \\ \text{bus} \sim \text{taxi} = 0.4 \\ \text{atlantis} \sim \text{ritz} = 0.6 \\ \wedge = \&_{\text{godel}} \end{cases}$$

$\leftarrow \text{good_hotel}(\text{senator})$

$\langle \text{good_hotel}(\text{senator}), id \rangle \rightsquigarrow_{SS}^{R_4}$

$\langle \&_{\text{godel}}(\text{@}_{\text{very}}(\text{close}(\text{senator}, y_1)), \text{cheap}(y_1)), id \rangle \rightsquigarrow_{FS}$

$\langle \&_{\text{godel}}(\text{@}_{\text{very}}(0), \text{cheap}(y_1)), id \rangle \rightsquigarrow_{SS}^{R_1}$

$\langle \&_{\text{godel}}(\text{@}_{\text{very}}(0), 0.8), \{y_1 \mapsto \text{taxi}\} \rangle \rightsquigarrow_{IS}^*$

$\langle 0, \{y_1 \mapsto \text{taxi}\} \rangle$

$\langle 0, id \rangle$

Problemas de corrección y completitud

Condición de anulación del cuerpo

$$\Pi' = \left\{ \begin{array}{l} R_1 : \text{cheap}(\text{taxi}) \leftarrow 0.8 \\ R_2 : \text{close}(\text{hydropolis}, \text{taxi}) \leftarrow 0.7 \\ R_3 : \text{close}(\text{ritz}, \text{metro}) \leftarrow 0.9 \\ R_4 : \text{good_hotel}(\text{hydropolis}) \leftarrow \&_{\text{godel}}(@_{\text{very}}(0.7), \text{cheap}(\text{taxi})) \\ R_5 : \text{good_hotel}(\text{ritz}) \leftarrow \&_{\text{godel}}(@_{\text{very}}(0.9), \text{cheap}(\text{metro})) \end{array} \right.$$

$$\mathcal{S} = \left\{ \begin{array}{l} \text{metro} \sim \text{bus} = 0.5 \\ \text{bus} \sim \text{taxi} = 0.4 \\ \text{atlantis} \sim \text{ritz} = 0.6 \\ \wedge = \&_{\text{godel}} \end{array} \right.$$

$\leftarrow \text{good_hotel}(\text{senator})$

$\langle \underline{\text{good_hotel}(\text{senator})}, \text{id} \rangle \rightsquigarrow_{FS}$
 $\langle 0, \text{id} \rangle$

$\langle 0, \text{id} \rangle$

Desplegado seguro basado en similitud



Definición

Sea $\mathcal{P} = \langle \Pi, \mathcal{R}, L \rangle$ un programa FASILL, $R \in \Pi$ una regla del programa y $\mathcal{P}'$ el desplegado basado en similitud de la regla R en el programa $\mathcal{P}$. Entonces, la transformación de desplegado es **segura** si R verifica:

- (1) la condición de similitud límite;
- (2) la preservación de cabezas o la anulación del cuerpo.

Desplegado seguro basado en similitud

Corrección, completitud y eficiencia



Teorema

Sea $\mathcal{P} = \langle \Pi, \mathcal{R}, L \rangle$ un programa FASILL y $\mathcal{G}$ un objetivo.
Si $\mathcal{P}' = \langle \Pi', \mathcal{R}, L \rangle$ es el programa obtenido por desplegado seguro de $\mathcal{P}$, entonces:

$$\langle \mathcal{G}, id \rangle \rightsquigarrow^m \langle v, \theta \rangle \text{ en } \mathcal{P}$$

si y solo si

$$\langle \mathcal{G}, id \rangle \rightsquigarrow^n \langle v, \theta' \rangle \text{ en } \mathcal{P}'$$

donde $v \in L$, $\theta = \theta'[vars(\mathcal{G})]$ y $n \leq m$.

Demostración. (Página 157)

Desplegado seguro basado en similitud

Corrección, completitud y eficiencia

Unificación y sustituciones

- Unificación débil $\Rightarrow$ Sustituciones idempotentes
- Operador de composición paralela débil
 - definición $\Rightarrow \theta_1 \uparrow \theta_2 = \text{wmgu}_{\mathcal{R}}(\widehat{\theta_1} \cup \widehat{\theta_2})$
 - relación $\Rightarrow \theta_1 \uparrow \theta_2 = \theta_1 \text{wmgu}_{\mathcal{R}}(\widehat{\theta_2} \theta_1) = \theta_2 \text{wmgu}_{\mathcal{R}}(\widehat{\theta_1} \theta_2)$

Semántica operacional

- Independencia de la regla de computación difusa respecto a los pasos $\rightsquigarrow_{IS}$
- 2 pasos $\rightsquigarrow_{SS}^{R_1} \rightsquigarrow_{SS}^{R_2}$ en $\mathcal{P} \iff$ 1 paso $\rightsquigarrow_{SS}^{R_1-2}$ en $\mathcal{P}'$

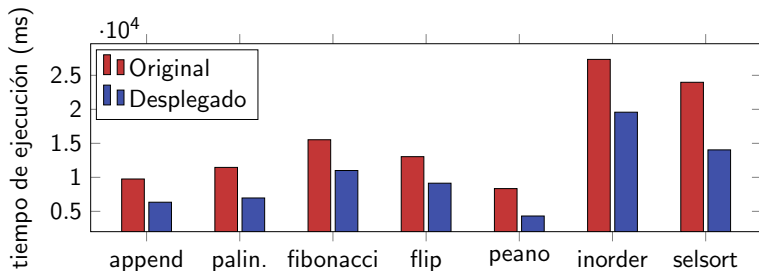
Términos y sustituciones límite

- θ límite $\Rightarrow \text{deg}(A, A'\theta) = \text{deg}(A, A') = v$
- $\text{wmgu}_{\mathcal{R}}(B\alpha, B') = \text{fallo} \iff \text{wmgu}_{\mathcal{R}}(A, A'\beta) = \text{fallo}$
- ...

Pruebas y evaluación de rendimiento

Un paso de despliegado

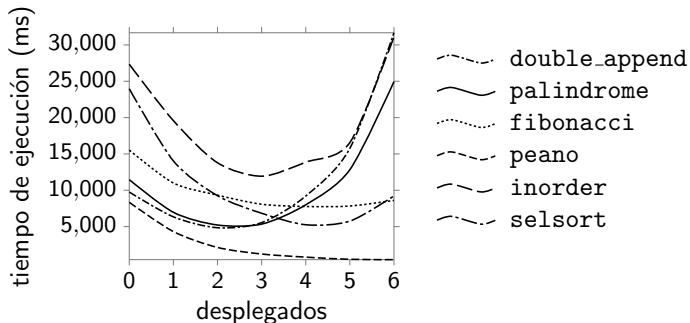
Prueba	Programa original		Programa desplegado		Ganancia	
	Tiempo	Inferencias	Tiempo	Inferencias	Tiempo	Inf.
double_append	9756	119609091	6342	67128927	1.54	1.78
palindrome	11461	139254118	6965	81913808	1.65	1.70
fibonacci	15528	198805804	11004	141097136	1.41	1.40
flip	13040	130521853	9139	87785578	1.43	1.48
peano	8345	105121757	4315	54293704	1.93	1.93
inorder	27343	302048850	19578	206022142	1.40	1.47
selsort	23976	312062385	14037	175726911	1.71	1.77



Pruebas y evaluación de rendimiento

Múltiples pasos de desplegado

Desplegados	Tiempo	Inferencias	Ganancia
0	8345	105121757	1.00
1	4315	54293704	1.93
2	2134	27797061	3.78
3	1226	15665907	6.71
4	800	9818130	10.70
5	501	6307196	16.67
6	454	5396529	19.48
7	748	10062129	10.44



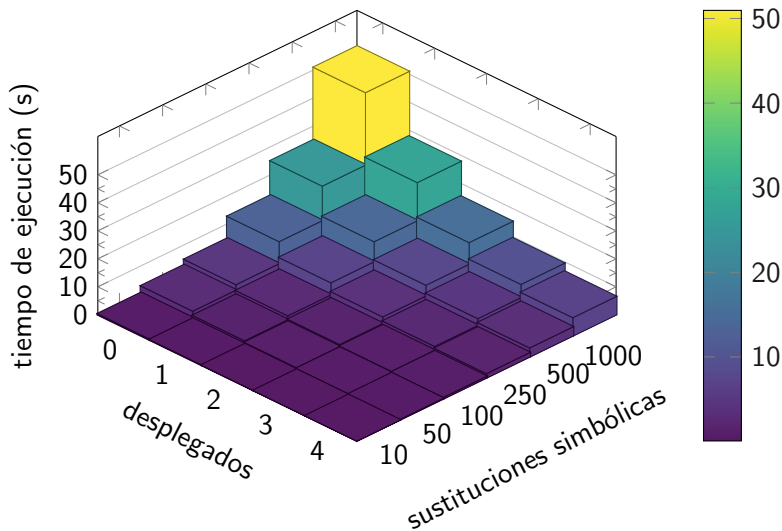
Pruebas y evaluación de rendimiento

Desplegado de programas simbólicos

Calibrado	Desplegados	Tiempo (ms)					
		10 _Θ	50 _Θ	100 _Θ	250 _Θ	500 _Θ	1000 _Θ
Básico	0	500	2942	4901	12765	25088	50958
	1	302	1380	2776	7078	14239	27854
	2	172	776	1541	3896	7713	15427
	3	104	489	958	2369	4797	9500
	4	72	338	672	1656	3323	6630
Simbólico	0	68	128	217	446	861	1743
	1	51	109	195	445	825	1623
	2	32	104	176	434	821	1609
	3	29	90	168	410	814	1594
	4	26	87	165	409	796	1593

Pruebas y evaluación de rendimiento

Despliegado de programas simbólicos



Aplicación web

</> Program

```
1 cheap(taxi) <- 0.8.  
2 close(hydropolis, taxi) <- 0.7.  
3 close(ritz, metro) <- 0.9.  
4 good_hotel(X) <- @aver(@very(close(X, Y)), cheap(Y)).
```

[Linearize program](#)[Extend program](#)[Unfold program](#)

```
1 cheap(taxi) <- 0.8.
```

```
2 close(hydropolis,taxi) <- 0.7.
```

```
3 close(ritz,metro) <- 0.9.
```

```
4 good_hotel(X) <- @aver(@very(close(X,Y)),cheap(Y)).
```

Aplicación web

Program

```
1 cheap(taxi) <- 0.8.  
2 close(hydropolis,taxi) <- 0.7.  
3 close(ritz,metro) <- 0.9.  
4 good_hotel(hydropolis) <- @aver(@very(0.7),cheap(taxi)).  
5 good_hotel(ritz) <- @aver(@very(0.9),cheap(metro)).
```

Unfolding is **not safe**:  Bound-similarity  Head-preserving  Body-overriding

[Linearize program](#)[Extend program](#)[Unfold program](#)

Índice

Fundamentos

El lenguaje FASILL

La extensión simbólica sFASILL

Calibrado de programas lógicos difusos

Despliegado de programas lógicos difusos

Conclusiones y trabajo futuro

Conclusiones

Aportaciones teóricas al lenguaje FASILL

- (1) Regla de computación independiente respecto a pasos $\rightsquigarrow_{IS}$
- (2) Unificación débil genera sustituciones idempotentes
- (3) Operador de composición paralela débil

 Fuzzy Sets and Systems – Some Properties of Substitutions
in the Framework of Similarity Relations (2^a rev.)

Pascual Julián Iranzo, Ginés Moreno, José A. Riaza

Conclusiones

Desarrollo e implementación del sistema FASILL

- (1) Desarrollo del entorno de programación FASILL
- (2) Implementación de calibrado y despliegado en FASILL
- (3) Aplicación web

 RuleML+RR 2017 – An Online Tool for Tuning Fuzzy Logic Programs

Ginés Moreno, José A. Ríaza

 IWANN 2019 – An Online Tool for Unfolding Symbolic Fuzzy Logic Programs

Ginés Moreno, José A. Ríaza

 Int. J. Approximate Reasoning – The Fuzzy Logic Programming language FASILL: Design and implementation

Pascual Julián Iranzo, Ginés Moreno, José A. Ríaza

Conclusiones

Extensión simbólica sFASILL

- (1) Diseño de la extensión simbólica sFASILL
- (2) Algoritmo de cierre para relaciones simbólicas
- (3) Relación entre f.c.a. y s.f.c.a

-  LOPSTR 2016 – Symbolic Execution and Thresholding for Efficiently Tuning Fuzzy Logic Programs
Ginés Moreno, Jaime Penabad, José A. Riaza, Germán Vidal
-  RuleML+RR 2020 – Symbolic Similarity Relations for Tuning Fully Integrated Fuzzy Logic Programs
Ginés Moreno, José A. Riaza
-  IWANN 2021 – A Safe and Effective Tuning Technique for Similarity-Based Fuzzy Logic Programs
Ginés Moreno, José A. Riaza

Conclusiones

Calibrado de programas lógicos difusos

- (1) Calibrado básico en FASILL
- (2) Calibrado simbólico en sFASILL
- (3) Calibrado basado en satisfacibilidad en Z3
- (4) Aplicaciones (aprendizaje automático, circuitos, RRSS)

 RuleML+RR 2019 – Fuzzy Logic Programming for Tuning Neural Networks

Ginés Moreno, Jesús Pérez, José A. Riaza

 FUZZ-IEEE 2019 – Tuning Fuzzy SPARQL Queries in a Fuzzy Logic Programming Environment

Jesús M. Almendros-Jiménez, Antonio Becerra-Terón, Ginés Moreno, José A. Riaza

 FUZZ-IEEE 2020 – Using SAT/SMT Solvers for Efficiently Tuning Fuzzy Logic Programs

José A. Riaza, Ginés Moreno

Conclusiones

Desplegado de programas lógicos difusos

- (1) Desplegado de programas FASILL
- (2) Caracterización de programas seguros
- (3) Propiedades de corrección, completitud y eficiencia
- (4) Relación entre calibrado y desplegado

 SUM 2017 – On Similarity-Based Unfolding
Ginés Moreno, Jaime Penabad, José A. Riaza

 Int. J. Approximate Reasoning – Seeking a Safe and Efficient Similarity-based Unfolding Rule
Pascual Julián Iranzo, Ginés Moreno, José A. Riaza

Trabajo futuro

- (1) Calibrado basado en programación lógica con restricciones
 - Z3 requiere una traducción manual del retículo
 - CLP combina programación lógica con satisfacibilidad
 - Prolog extiende la noción de variable lógica

- (2) Desplegado difuso basado en guardas
 - El desplegado basado en similitud no es seguro en general
 - La regla de computación de FASILL no es independiente
 - Desplegado que no aplica la parte insegura del w.m.g.u.

- (3) Desplegado difuso de programas simbólicos
 - Acercar tiempos de calibrado básico y simbólico
 - Estudiar propiedades de corrección y completitud
 - Combinar los algoritmos de calibrado básico y simbólico

Técnicas de calibrado y despliegado de programas lógicos difusos integrados

Tesis doctoral en tecnologías informáticas avanzadas

José Antonio Ríaza Valverde

Albacete, 7 de noviembre de 2022

Directores: **Ginés Moreno Valverde**
Pascual Julián Iranzo



Universidad de Castilla-La Mancha